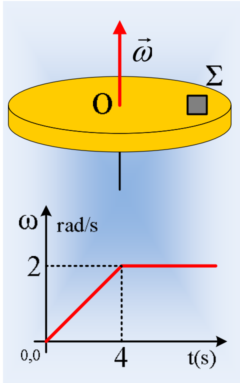
Η στατική τριβή κατά την περιστροφή



Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος, μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο και ηρεμεί. Τοποθετούμε πάνω του ένα σώμα Σ, μάζας m=2kg, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, σε απόσταση R=2m από το κέντρο του. Σε μια στιγμή ο δίσκος τίθεται σε περιστροφή και στο σχήμα δίνεται το γράφημα της γωνιακής του ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, ενώ το σώμα Σ κινείται κυκλικά χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο δίσκο.

i) Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, καθώς και η επιτρόχια επιτάχυνση του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1=1s.

ii) Να βρεθεί η τριβή (μέτρο και κατεύθυνση) η οποία ασκείται στο σώμα Σ τη στιγμή $t_0=0^+$ (αμέσως μόλις αρχίσει η περιστροφή).

iii) Ποια η αντίστοιχη απάντηση για την ασκούμενη τριβή τη χρονική στιγμή t_2=5s;

iv) Σε μια επανάληψη του πειράματος, ο δίσκος τίθεται ξανά σε περιστροφή με την ίδια γωνιακή επιτάχυνση, χωρίς αυτή να μηδενίζεται τη στιγμή t=4s, οπότε παρατηρούμε ότι το σώμα Σ αρχίζει να ολισθαίνει τη χρονική στιγμή t_3=4,2s. Να υπολογιστεί ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και του δίσκου.

Στον σχεδιασμό της δύναμης τριβής, σε κάθε περίπτωση, να μην αναζητηθεί η ακριβής θέση του σώματος και η γωνία κατά την οποία έχει περιστραφεί ο δίσκος.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

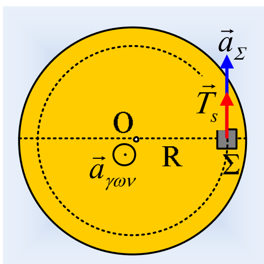
i) Στο διάγραμμα ω-t η κλίση είναι αριθμητικά ίση με την γωνιακή επιτάχυνση, οπότε στην περίπτωσή μας στο χρονικό διάστημα 0-4s, η κλίση παραμένει σταθερή, συνεπώς έχουμε σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{2-0}{4-0} rad/s^2 = 0{,}5 rad/s^2.$$

Κατακόρυφη και με φορά προς τα πάνω. Προφανώς αυτό ισχύει για κάθε χρονική στιγμή, οπότε και για τη στιγμή t_1=1s.

Το σώμα Σ εκτελεί επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση με επιτρόχια επιτάχυνση μέτρου:

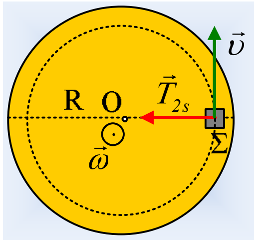
$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R = 0{,}5 \cdot 2 m/s^2 = 1 m/s^2.$$



ii) Στο διπλανό σχήμα, έχουμε σχεδιάσει σε κάτοψη, το δίσκο τη στιγμή t_0=0, μόλις αρχίζει να επιταχύνεται στροφικά. Με διακεκομμένη γραμμή η κυκλική τροχιά που θα διαγράψει το σώμα Σ, εφαπτόμενη στην οποία είναι η επιτάχυνση α_Σ. Αλλά για να αποκτήσει αυτήν την επιτάχυνση το σώμα, απαιτείται η άσκηση δύναμης της ίδιας κατεύθυνσης και η δύναμη αυτή είναι η στατική τριβή που ασκείται πάνω του, μέτρου:

$$T_1 = ma_\Sigma = 2 \cdot 1N = 2N$$

iii) Μετά τη χρονική στιγμή t=4s ο δίσκος έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα, οπότε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση και το σώμα Σ κινείται με σταθερού μέτρου ταχύτητα:



$$\upsilon_2=\omega R=2\cdot 2m/s=4m/s.$$

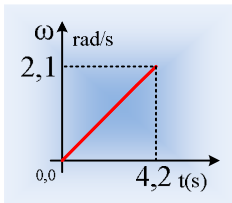
Εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση.

Αλλά τότε η συνισταμένη των δυνάμεων «παίζει το ρόλο» της κεντρομόλου, για να συγκρατείται το σώμα στην κυκλική τροχιά του. Η μόνη δύναμη όμως που μπορεί να ασκηθεί είναι η τριβή και μάλιστα στατική τριβή αφού δεν ολισθαίνει, μέτρου:

$$T_2 = ma_\kappa = m\frac{\upsilon_2^2}{R} = 2\cdot\frac{4^2}{2}N = 16N$$

Με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο του κύκλου.

iv) Αφού ο δίσκος αποκτά την ίδια γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=0,5rad/s^2, τη στιγμή t_2 η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει πάρει την τιμή:

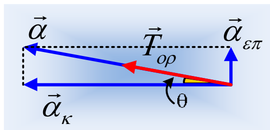


$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega - 0}{4,2-0} \to \omega_3 = 2,1rad/s.$$

Αντίστοιχα το σώμα Σ έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$\upsilon_3=\omega\cdot R=4,2m/s.$$

Αλλά τότε τη στιγμή που το σώμα «είναι έτοιμο» να ολισθήσει έχει και επιτρόχια επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\varepsilon\pi}$=1m/s^2 και κεντρομόλο επιτάχυνση μέτρου:



$$a_{\kappa 3} = \frac{\upsilon_3^2}{R} = \frac{4,2^2}{2}N \approx 8,8m/s^2.$$

Από τη σύνθεση των οποίων παίρνουμε:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\kappa^2 + \alpha_{\varepsilon\pi}^2} = \sqrt{8,8^2 + 1^2}m/s^2 \approx 8,88m/s^2$$

$$\text{Ενώ } \varepsilon\phi\theta = \frac{\alpha_{\varepsilon\pi}}{\alpha_\kappa} = \frac{1}{8,8} = \frac{5}{44}$$

Όπου θ η γωνία της επιτάχυνσης με την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Αλλά τότε την ίδια κατεύθυνση έχει και η τριβή που προκαλεί την παραπάνω επιτάχυνση, η οποία στην περίπτωσή μας είναι και η οριακή στατική τριβή για την οποία:

$$T_{o\rho} = \mu_s N = \mu_s mg = ma \to$$

$$\mu_s = \frac{T_{o\rho}}{mg} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{8,88}{10} \approx 0,89$$

dmargaris@gmail.com