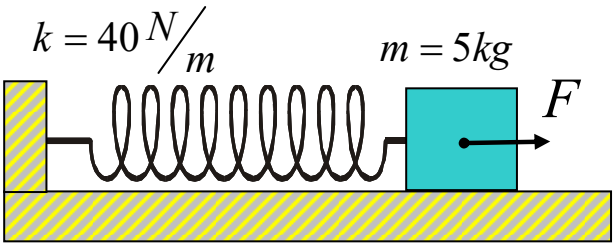
Φθίνουσες – Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις. Ομάδα Γ.

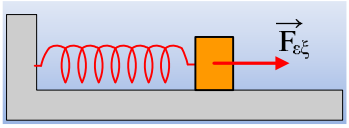
1.3.21. Υπολογίσατε το πλάτος στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.



Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{\alpha\nu\tau} = -b.\upsilon$, όπου υ η ταχύτητά του και $b = 10\dfrac{N.s}{m}$. Δεχόμενο την περιοδική δύναμη $F = 0,8\sqrt{2}\eta\mu 2t$ (S.I) εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά τα μεταβατικά φαινόμενα.

1.3.22. Ας δούμε και μια εξαναγκασμένη…



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος A=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{\varepsilon\xi} = 4\sqrt{2}\cdot\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Να βρεθεί η δύναμη απόσβεσης τη στιγμή t=0, καθώς και η σταθερά απόσβεσης b.

iii) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{7\pi}{40}s$ να βρεθούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης απόσβεσης.

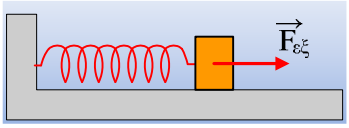
δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης.

iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, τη χρονική στιγμή $t_2 = \dfrac{\pi}{30}s$;

v) Αν μεταβάλουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή f_2=2Hz, τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης (μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων και την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης);

Δίνεται $\eta\mu\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 0{,}26$

1.3.23. Ας δούμε κάτι ακόμη σε μια εξαναγκασμένη…



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος A=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{\varepsilon\xi} = F_{\max} \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Να βρεθούν:

i) το πλάτος της εξωτερικής δύναμης $F_{\max}$

ii) η σταθερά απόσβεσης b.

1.3.24. Φθίνουσα και εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 2kg δένεται από το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 200N/m το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω και το φέρνουμε στην θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Την χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε το σώμα ελεύθερο από την θέση αυτή και εκτελεί ταλάντωση. Πάνω στο σώμα εκτός από την δύναμη επαναφοράς ασκείται και εξωτερική δύναμη αντίστασης της μορφής F΄= -bυ, όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος. Παρατηρούμε ότι μετά από 2s το πλάτος της ταλάντωσης έχει υποτετραπλασιαστεί. Να βρείτε:

i) την ενέργεια που προσφέρθηκε αρχικά στο σύστημα για να εκτελέσει ταλάντωση και την αρχική επιτάχυνση του σώματος.

ii) την σταθερά Λ της ταλάντωσης και το έργο της δύναμης αντίστασης από την t = 0 ως την 2s.

iii) την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας συναρτήσει του χρόνου.

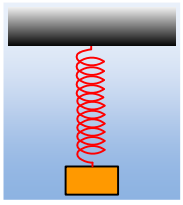
Μετά την 2s εξαναγκάζουμε το σύστημα σε αμείωτη ταλάντωση, οπότε ασκούμε μια κατάλληλη εξωτερική περιοδική δύναμη.

iv) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της συχνότητας της εξωτερικής δύναμης ώστε το σύστημα να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος αυτό που είχε τη στιγμή t=2s;

v) Ποιος είναι ο ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας της εξωτερικής δύναμης όταν το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του;

Δίνεται: g=10 m/s², ln2=0,7 και ότι η σταθερά απόσβεσης είναι αρκετά μικρή ώστε να θεωρήσουμε την περίοδο ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης του σώματος.

1.3.25. Μερικά ερωτήματα σε μια φθίνουσα ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και σε μια στιγμή t=0, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Παρατηρούμε ότι τη στιγμή t_1=0,63s το σώμα σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, για πρώτη φορά, αλλά τη στιγμή αυτή απέχει κατά 10,1cm από την αρχική θέση ισορροπίας του. Με δεδομένο ότι το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ, ενώ η προς τα κάτω κατεύθυνση θεωρείται θετική:

i) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή t_2=1,26s.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή t_2.

iii) Σε μια στιγμή t_3 το σώμα έχει απομάκρυνση 4cm και ταχύτητα -0,3m/s.

α) Να υπολογιστεί η απώλεια της ενέργειας ταλάντωσης από τη στιγμή t=0, έως τη στιγμή t_3.

β) Για τη χρονική στιγμή t_3 ισχύει:

a) $t_3 < t_1$, b) $t_1 < t_2 < t_3$, c) $t_3 > t_2$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

iv) Αν η σχέση μεταξύ των σταθερών Λ και b είναι Λ=b/2m:

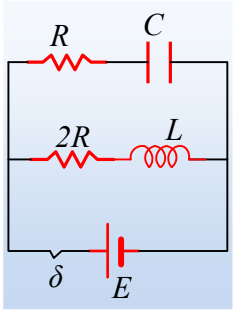
α) Να υπολογιστούν οι τιμές των δύο σταθερών.

β) Ποια η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή t_3;

γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μείωσης της ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή t_3.

Δίνεται ℓn0,5=-0,69.

1.3.26. Και… στη συνέχεια μια φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.



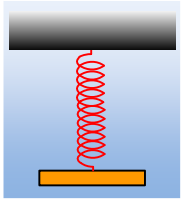
Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται E=40V, R=2Ω, C=10μF και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=4mH. Ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε μια στιγμή t_o=0, ανοίγουμε το διακόπτη. Για αμέσως μετά ($t=0^+$) να βρεθούν:

i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και το φορτίο του πυκνωτή.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

iii) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

1.3.27. Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά A_0=0,3m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή t_0=0. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-0,1υ (μονάδες στο S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1$=2m/s, πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά 2cm από αυτήν. Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή t_1.

ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή t_1.

iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.

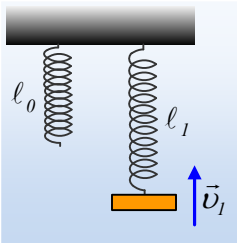
iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, β) Της κινητικής ενέργειας

καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή t_1.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

1.3.28. Μια πλάκα σε φθίνουσα ταλάντωση.



Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους l_0=0,4m, δένουμε μια πλάκα μάζας m=1kg και την αφήνουμε να κινηθεί τη στιγμή t=0. Στη διάρκεια της κίνησης, στην πλάκα ασκείται από τον αέρα δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-2,5\cdot10^{-3}υ$ (μονάδες στο S.I.). Κάποια στιγμή t_1 η πλάκα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=0,8m/s, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι l_1=0,5m. Για τη στιγμή αυτή t_1 να βρεθούν:

i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα, καθώς και η επιτάχυνσή της.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

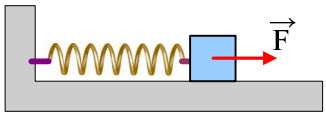
iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης. Τι εκφράζει η ισχύς αυτή;

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

v) Πόση μηχανική ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμική στο χρονικό διάστημα 0-t_1 και πόση θα μετατραπεί συνολικά μέχρι να ηρεμήσει η πλάκα;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

1.3.29. Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση και ενέργειες.



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=25N/m. Σε μια στιγμή δέχεται περιοδική οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ταλαντώνεται. Μόλις αποκατασταθεί σταθερή κατάσταση, λαμβάνοντας κάποια στιγμή σαν t=0, βρίσκουμε ότι το σώμα εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

$$x=0,4\cdot ημ(πt) \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}= - 4υ$ (S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος.

i) Να βρεθούν η ιδιοσυχνότητα και η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.

ii) Για την χρονική στιγμή t_1=1s ζητούνται:

α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και το άθροισμά τους K+U.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης.

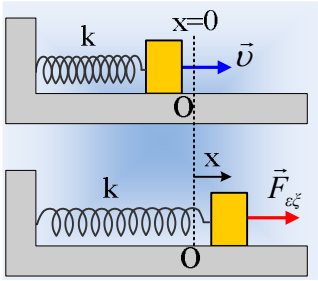
iii) Για τη χρονική στιγμή t_2=13/6 s να υπολογιστούν:

α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και το άθροισμά τους K+U.

β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F.

1.3.30. Μια απλή αρμονική ταλάντωση και μια εξαναγκασμένη



Ένα σώμα μάζας 0,5kg είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=18N/m κι εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2·ημ(ωt) (μονάδες στο S.I.) σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου Ο.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής, της δυναμικής και της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

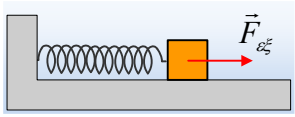
ii) Το ίδιο σύστημα τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης, ενώ ταυτόχρονα δέχεται από το περιβάλλον του και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-bυ. Μετά την αποκατάσταση σταθερού πλάτους ταλάντωσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας Ο, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης του χρόνου, έχουμε την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας Ο, να υπακούει στην εξίσωση x=0,2·ημ(5t) (S.I.).

α) Να βρεθούν οι εξισώσεις υ=υ(t) και α=α(t) της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

γ) Το άθροισμα K+U των δύο παραπάνω ενεργειών παραμένει σταθερό στη διάρκεια της ταλάντωσης; Να σχολιάστε το συμπέρασμα που καταλήγετε παράλληλα με την πρόταση ότι «στη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα (μέσω της εξωτερικής δύναμης) αντισταθμίζει τις απώλειες (που οφείλονται στις δυνάμεις απόσβεσης) και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό».

1.3.31. Η διεγείρουσα δύναμη αφαιρεί ενέργεια;



Ένα σώμα μάζας m=0,1kg, δένεται στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=8N/m και με την επίδραση μιας αρμονικής εξωτερικής δύναμης, της μορφής:

$$F_{\varepsilon\xi} = F_0 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

εκτελεί ταλάντωση με απομάκρυνση x=0,5·ημ(10t) (S.I.), ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-b·υ .

i) Να βρεθεί το πλάτος F_0 της εξωτερικής δύναμης και η σταθερά απόσβεσης b.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική και η μέγιστη δυναμική ενέργεια στη διάρκεια της ταλάντωσης.

iii) Να υπολογιστούν η κινητική και η δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή t_1=π/30s. Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής, των δύο μορφών ενέργειας τη στιγμή αυτή;

iv) Για την παραπάνω χρονική στιγμή, να βρεθεί η ισχύς της εξωτερικής δύναμης και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

Δίνεται ημ(π/12) ≈ 0,26 .

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…