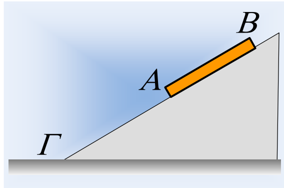
Μια σανίδα σε κεκλιμένο επίπεδο.



Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6 συγκρατείται μια σανίδα ΑΒ μήκος (ΑΒ)= 2m και μάζας m=4kg, σε θέση τέτοια ώστε το άκρο της Α να απέχει απόσταση (ΑΓ)=2,25m από τη βάση του επιπέδου. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σανίδα, οπότε χρειάζεται χρόνο t_1=1,5s, μέχρι το άκρο της Α να φτάσει στο Γ.

Επαναφέρουμε τη σανίδα στην αρχική της θέση, τοποθετώντας στο άκρο της Β, ένα σώμα Σ μάζας Μ=6kg, το οποίο δεν εμφανίζει τριβές με τη σανίδα. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.

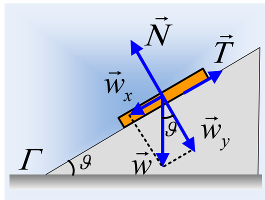
i) Με ποια ταχύτητα το σώμα Σ εγκαταλείπει το άκρο Α της σανίδας;

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τοποθετούμε τη σανίδα σε άλλο κεκλιμένο επίπεδο, της ίδια κλίσης, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Τοποθετούμε στο άκρο της Β το ίδιο σώμα Σ και κάποια στιγμή, αφήνουμε ξανά ελεύθερα τα σώματα να κινηθούν.

ii) Ποιες οι ταχύτητες σανίδας και σώματος Σ, τη στιγμή που το Σ εγκαταλείπει τη σανίδα;

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ το σώμα Σ να θεωρηθεί υλικό σημείο.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα, όπου $\Sigma F_y=0 \rightarrow N=mg\cdot$συνθ, οπότε $T_{ολ}=\mu N=\mu mg\cdot$συνθ. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα, μας δίνει την επιτάχυνση κατά μήκος του επιπέδου:

$$w_x - T_{ολ} = ma \ (1)$$

Οπότε η κίνηση στον άξονα x είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη (σταθερές δυνάμεις, συνεπώς σταθερή επιτάχυνση), για την οποία έχουμε:

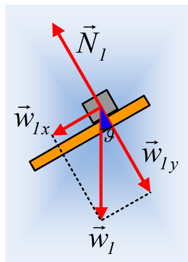
$$x = \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{2x}{t_1^2} = \frac{2\cdot 2,25}{1,5^2} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Επιστρέφοντας στην (1) παίρνουμε:

$$mg\eta\mu\theta - \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta = ma \rightarrow$$

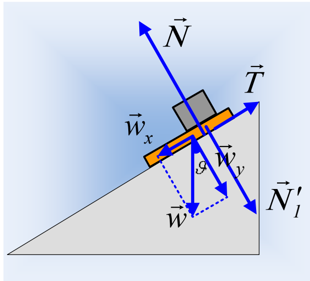
$$\mu = \frac{g\eta\mu\theta - \alpha}{g\cdot\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{10\cdot 0,6 - 2}{10\cdot 0,8} = 0,5$$



Μόλις τοποθετήσουμε πάνω στη σανίδα το σώμα Σ, αυτό θα ολισθήσει αποκτώντας επιτάχυνση (με βάση το διπλανό σχήμα, όπου έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που δέχεται):

$$\Sigma F_x = M\alpha_1 \rightarrow Mg\eta\mu\theta = M\alpha_1 \rightarrow$$

$$\alpha_1 = g\eta\mu\theta = 10 \cdot 0{,}6m/s^2 = 6m/s^2 .$$



Τι κάνει η σανίδα; Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα, όπως στο σχήμα. Η ασκούμενη τριβή, τι τριβή είναι; Ολίσθησης ή στατική; Υπολογίζουμε την οριακή τριβή, θεωρώντας ότι $\mu=\mu_s=0{,}5$:

$$T_{o\rho} = \mu N = \mu(N'_1 + mg\sigma\upsilon\nu\theta) = \mu(Mg\sigma\upsilon\nu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta) \rightarrow$$

$$T_{o\rho} = \mu(M + m)g\sigma\upsilon\nu\theta = 0{,}5(6 + 4)10 \cdot 0{,}8N = 40N$$

Ενώ η δύναμη που τείνει να κινήσει τη σανίδα είναι η συνιστώσα w_x μέτρου $w_x=mg\mu\theta=4\cdot 10\cdot 0{,}6N=24N$. Αλλά τότε στη σανίδα θα ασκηθεί στατική τριβή μέτρου 24Ν και δεν θα επιταχυνθεί, για όσο χρόνο βρίσκεται σε επαφή με το σώμα Σ.

Αλλά τότε το σώμα θα εγκαταλείψει τη σανίδα αφού μετατοπισθεί κατά $x = \ell = 2m$, οπότε:

$$x = \frac{1}{2}\alpha_1 t_2^2 \ \text{και}\ \upsilon = \alpha_1 t_2$$

Και με απαλοιφή του χρόνου:

$$\upsilon = \sqrt{2\alpha_1 x} = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 2}m/s = 2\sqrt{6}m/s$$

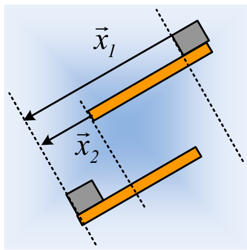
ii) Για το σώμα Σ, δεν έχει αλλάξει κάτι από προηγουμένως, οπότε αποκτά επιτάχυνση $\alpha_1=6m/s^2$, οπότε εστιάζουμε στη σανίδα. Υπολογίζουμε ξανά την ασκούμενη τριβή:

$$T_{o\rho,1} = \mu_1(M + m)g\sigma\upsilon\nu\theta = 0{,}2(6 + 4)10 \cdot 0{,}8N = 16N$$

Αλλά τότε η σανίδα αποκτά επιτάχυνση μέτρου α_2:

$$\Sigma F_x = m\alpha_2 \rightarrow mg\eta\mu\theta - T_1 = m\alpha_2 \rightarrow$$

$$\alpha_2 = \frac{mg\eta\mu\theta - T_1}{m} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 0{,}6 - 16}{4}m/s^2 = 2m/s^2$$



Τη στιγμή που το σώμα Σ εγκαταλείπει τη σανίδα έχει μετατοπισθεί κατά x_1 και αντίστοιχα η σανίδα έχει μετατοπισθεί κατά x_2, όπου:

$$x_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \ \text{και}\ x_2 = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2$$

Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα $x_1 - x_2 = \ell$ και με αντικατάσταση:

$$\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 - \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = \ell \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{\alpha_1 - \alpha_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{6 - 2}}s = 1s$$

Ενώ οι αντίστοιχες ταχύτητες είναι:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 t = 6 \cdot 1m/s = 6m/s$$

$$\upsilon_2 = \alpha_2 t = 2 \cdot 1m/s = 2m/s$$

dmargaris@gmail.com