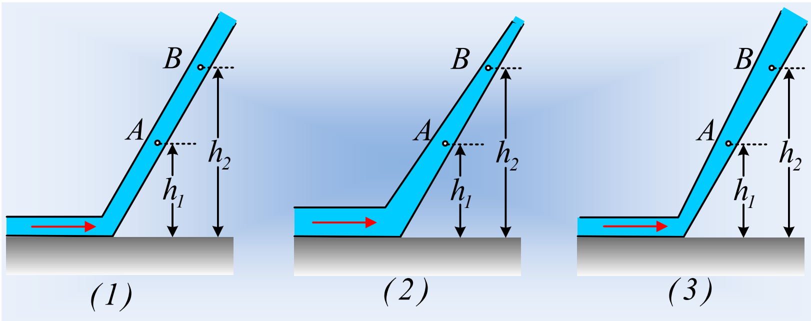
# Ένας πλάγιος σωλήνας ύδρευσης.

Για την υδροδότηση μιας κατοικίας χρησιμοποιούμε ένα πλάγιο σωλήνα, ο οποίος τροφοδοτεί μια βρύση του πρώτου ορόφου. Έστω δύο σημεία του νερού Α και Β σε ύψη $h_1$ και $h_2$ από το έδαφος.




i) Αν ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή (σχ.1):

α) Πόση είναι η διαφορά πίεσης $\Delta p_o = p_A - p_B$ με την βρύση κλειστή;

β) Αν ανοίξουμε τη βρύση και αποκατασταθεί μόνιμη ροή, για την αντίστοιχη διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων Α και Β Δp, ισχύει:

a) $\Delta p < \Delta p_o$, b) $\Delta p = \Delta p_o$, c) $\Delta p > \Delta p_o$.

ii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις αν ο πλάγιος σωλήνας είχε τη μορφή του σωλήνα του σχήματος (2) ή του σχήματος (3);

***Απάντηση:***

i) Στην περίπτωση του σωλήνα σταθερής διατομής:

α) Από την θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, μεταξύ δύο σημείων που βρίσκονται σε κατακόρυφη απόσταση h η διαφορά πίεσης είναι ίση με $p_A - p_B = \rho g h$, οπότε:

$$\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho g h = \rho g (h_2 - h_1)$$

β) Από την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής που περνά από τα σημεία Α και Β, παίρνουμε:

$$p_A + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2 = p_B + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_B^2 \quad (1)$$

Όμως από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών του σωλήνα στα σημεία Α και Β, παίρνουμε:

$$A_A \upsilon_A = A_B \upsilon_B \quad (2)$$

Αλλά $A_A = A_B$, οπότε και $\upsilon_A = \upsilon_B$, με αποτέλεσμα από την (1) έχουμε:

$$p_A - p_B = \rho g h_2 - \rho g h_1 \rightarrow \Delta p = \rho g (h_2 - h_1) = \Delta p_0$$

Σωστή η b) εκδοχή, πράγμα που σημαίνει ότι δεν αλλάζει η διαφορά πίεσης με τη ροή (προσοχή οι τιμές πίεσης σε κάθε σημείο μπορούν να μεταβάλλονται, αλλά η διαφορά πίεσης μένει σταθερή).

ii) Στο σωλήνα του σχήματος (2) όπου η διατομή του σωλήνα μειώνεται με το ύψος:

α) Το νερό είναι ξανά σε ισορροπία (στατική ισορροπία – υδροστατική), οπότε:

$$\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho g h = \rho g(h_2 - h_1)$$

β) Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση (2) δίνει:

$$A_A \upsilon_A = A_B \upsilon_B \rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{A_B}{A_A} < 1 \rightarrow \upsilon_A < \upsilon_B$$

Αλλά τότε από την (1) παίρνουμε:

$$p_A + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2 = p_B + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_B^2 \rightarrow$$

$$p_A - p_B = \rho g(h_2 - h_1) + \left(\frac{1}{2}\rho \upsilon_B^2 - \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2\right) > \rho g(h_2 - h_1)$$

Εδώ λοιπόν $\Delta p > \Delta p_0$ και σωστό είναι το c) ενδεχόμενο.

iii) Πάμε τώρα στο σωλήνα του 3^ου σχήματος:

α) Η διαφορά πίεσης είναι η ίδια $\Delta p_0 = p_A - p_B = \rho g h = \rho g(h_2 - h_1)$

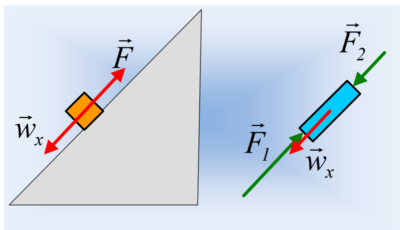
β) Τα πράγματα είναι αντίθετα, από ότι στον 2^ο σωλήνα. Η διατομή μεγαλώνει, συνεπώς μειώνεται η ταχύτητα ροής και δουλεύοντας όπως στο προηγούμενο ερώτημα, βρίσκουμε:

$$p_A - p_B = \rho g(h_2 - h_1) + \left(\frac{1}{2}\rho \upsilon_B^2 - \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2\right) < \rho g(h_2 - h_1)$$

Και σωστό είναι το a).

***Σχόλιο:***

Στο διπλανό σχήμα ένα σώμα ανεβαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης F. Ποια σχέση συνδέει τη δύναμη αυτή, με τη συνιστώσα $w_x$ του βάρους;




Εξαρτάται από τι συμβαίνει με την ταχύτητα ανόδου.

- Αν θέλουμε να κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε $F=w_x$, ίδια σχέση και με την περίπτωση που το σώμα ηρεμεί πάνω στο επίπεδο.
- Αν θέλουμε να επιταχύνεται τότε $F>w_x$.
- Αν η ταχύτητα μειώνεται, τότε $F<w_x$.

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει με μια ποσότητα νερού του σωλήνα. Τώρα στο ρόλο της F, έχουμε τη συνισταμένη $\Sigma F=F_1-F_2=p_1 \cdot A-p_2 A=\Delta p \cdot A$, όπου $\Delta p$ η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο διατομές, η οποία ασκείται στην ποσότητα αυτή από το υπόλοιπο νερό.

Το αν η ταχύτητα αλλάζει ή όχι και πώς, καθορίζεται από το γεωμετρικό σχήμα (τι συμβαίνει με τη διατομή) του σωλήνα.

Έτσι:

- Στο $1^o$ σωλήνα, υ=σταθ → ΣF=0 ή $F_1$-$F_2$=$w_x$ → $\Delta pA = \rho gA \cdot x\eta\mu\vartheta \rightarrow \Delta p = \rho gh$
- Στον $2^o$ σωλήνα το νερό επιταχύνεται και $F_1$-$F_2$>$w_x$ → $\Delta p > \rho gh$ .
- Στον $3^o$ σωλήνα το νερό επιβραδύνεται, οπότε $F_1$-$F_2$ < $w_x$ → $\Delta p < \rho gh$ .

**dmargaris@gmail.com**