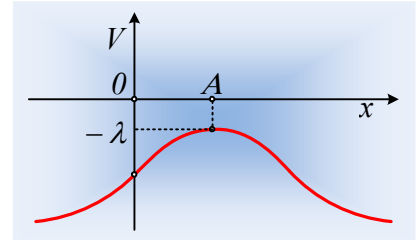


Το δυναμικό κατά μήκος μιας ευθείας

Το δυναμικό σε ένα βαρυντικό πεδίο μεταβάλλεται κατά μήκος μιας ευθείας x , όπου μπορεί να κινείται ένα σώμα, όπως στο σχήμα.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

- i) Αν ένα μικρό σώμα Σ , μάζας 1kg , αφεθεί στη θέση $x=0$, αυτό θα κινηθεί προς την θέση A .
- ii) Κατά την κίνησή του ένα σώμα κατά μήκος της ευθείας x , δεν έχει σταθερή επιτάχυνση.
- iii) Η θέση A είναι θέση ασταθούς ισορροπίας του σώματος Σ .
- iv) Αν το σώμα Σ ηρεμεί στην θέση A , χρειάζεται ενέργεια τουλάχιστον ίση με λ , για να απομακρυνθεί σε άπειρη απόσταση.



Απάντηση:

- i) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνση όπου θα έχει μικρότερη δυναμική ενέργεια, άρα σε θέσεις με μικρότερες τιμές δυναμικού ($U=mV$). Γιατί; Σκεφτείτε ότι θα επιταχυνθεί και θα αποκτήσει κινητική ενέργεια, οπότε η δυναμική ενέργεια πρέπει να μειωθεί.

Εναλλακτικά: Αν πάρουμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 τα οποία απέχουν κατά dx , κατά μήκος της ευθείας x , έχουμε:

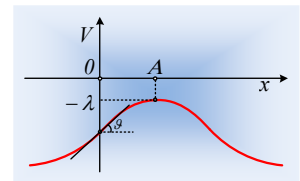
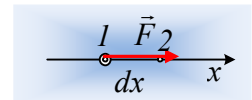
$$V_{1 \rightarrow 2} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{m} \rightarrow V_1 - V_2 = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{m} \rightarrow V_2 - V_1 = -\frac{W_{1 \rightarrow 2}}{m}$$

$$\Delta V = -\frac{W_{1 \rightarrow 2}}{m} = -\frac{F \cdot dx}{m} = -\frac{mg \cdot dx}{m} \rightarrow$$

$$g = -\frac{dV}{dx} \quad (1)$$

Η τελευταία σχέση μας λέει ότι η κλίση στο διάγραμμα $V-x$, είναι ίση με $-g$, όπου g η ένταση του πεδίου βαρύτητας. Αλλά τότε στη θέση $x=0$, η κλίση (ίση με την εφθ) είναι θετική, αλλά τότε η επιτάχυνση της βαρύτητας (ίση με την ένταση του πεδίου) είναι διάνυσμα με αρνητική τιμή, πράγμα που σημαίνει ότι έχει φορά προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα.

- ii) Με βάση την παραπάνω ανάλυση, η κλίση στο διάγραμμα $V-x$ δεν παραμένει σταθερή και κατά συνέπεια η επιτάχυνση του σώματος μεταβάλλεται. Η πρόταση είναι σωστή.
- iii) Στο σημείο A το δυναμικό είναι μέγιστο με βάση το σχήμα, οπότε η κλίση στο διάγραμμα είναι μηδενική, συνεπώς και $g=0$. Πράγμα που σημαίνει ότι αν αφεθεί το σώμα στη θέση A δεν θα δεχτεί καμιά δύναμη και θα ισορροπήσει. Αν όμως εκτραπεί ελάχιστα από τη θέση A , είτε προς τα δεξιά, είτε προς τα αριστερά, θα υπάρξει κλίση, συνεπώς θα υπάρξει επιτάχυνση και το σώμα θα κινηθεί. Και αν μεν, η εκτροπή γίνει προς τα αριστερά, θα δεχτεί δύναμη προς τα αριστερά και θα απομακρυνθεί από το A , αν εκτραπεί προς τα δεξιά, η κλίση είναι αρνητική, οπότε η επιτάχυνση θα είναι θετική, δηλαδή το σώμα



θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά. Βλέπουμε δηλαδή ότι και στη μια και στην άλλη περίπτωση το σώμα απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας Α, οπότε η ισορροπία αυτή λέγεται ασταθής. Σωστή η πρόταση.

iv) Για να απομακρυνθεί το σώμα από τη θέση Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση, όπου $V=0$, θα πρέπει να ασκηθεί πάνω του δύναμη, που να παράγει έργο $W_{F_{εξ}}$, όπου με εφαρμογή του ΘΜΚΕ, βρίσκουμε:

$$K_{\infty} - K_A = W_{A \rightarrow \infty} + W_{F_{εξ}} \rightarrow$$

$$W_{F_{εξ}} = -W_{A \rightarrow \infty} = -m(V_A - V_{\infty}) = -mV_A \rightarrow$$

$$W_{F_{εξ}} = -mV_A = -I \cdot (-\lambda) = \lambda \quad (\text{S.I.})$$

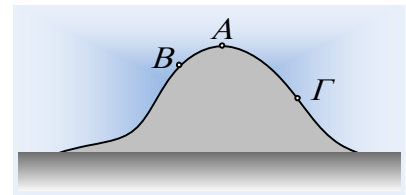
Να το πούμε διαφορετικά; Στη θέση Α έχει δυναμική ενέργεια $U_A = mV_A = -\lambda m = -\lambda$ (μονάδες στο S.I.), οπότε για να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, πρέπει να του δώσουμε ενέργεια $\Delta E = +\lambda!!!$

Η πρόταση είναι σωστή.

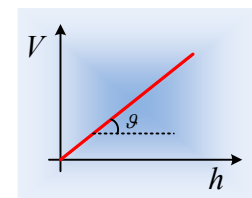
Σχόλια:

1) Η σχέση (1) είναι μια «πιο μαθηματικοποιημένη» εκδοχή της εξίσωσης $E = \frac{V}{\ell}$ που χρησιμοποιούμε στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Απλά εκεί το V είναι η τάση (πάντα θετική) και το E είναι το μέτρο της έντασης.

2) Η κατάσταση αυτή με το διάγραμμα δυναμικού, είναι η ίδια με το να έχουμε ένα «βουναλάκι», σε κάποιο σημείο του οποίου αφήνεται μια μπάλα. Τι θα συμβεί αν η μπάλα αφεθεί στα σημεία Α, Β ή Γ;



3) Αλλά και αν περιοριστούμε στο ομογενές βαρυντικό πεδίο του διπλανού σχήματος, όπου στο οριζόντιο επίπεδο (πεδιάδα) παίρνουμε $U=0$, οπότε και $V=0$, τότε σε ύψος h, θα έχουμε $U_A = mgh$, συνεπώς και $V_A = gh$. Αν δηλαδή κάναμε τη γραφική παράσταση V-h, θα παίρναμε το διπλανό διάγραμμα, όπου για την κλίση θα είχαμε:



$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{gh_2 - gh_1}{h_2 - h_1} = \frac{g(h_2 - h_1)}{h_2 - h_1} = g$$

Βρίσκοντας το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας, η οποία είναι προφανώς προς τα κάτω και η αλγεβρική της τιμή είναι αρνητική ή με άλλα λόγια:

$$g = -\frac{\Delta V}{\Delta h} \quad (1^{\circ})$$

dmargaris@gmail.com

