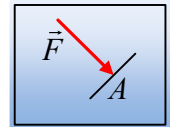


## Μερικές εισαγωγικές ερωτήσεις στα ρευστά.

Αρχίζοντας τη μελέτη των ρευστών, ας δούμε εισαγωγικά μερικές έννοιες.

### Ερώτηση 1<sup>η</sup>:

Όταν σε δοχείο περιέχεται ένα αέριο, τότε σε κάθε σημείο υπάρχει πίεση. Αν το αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε η κατάσταση του περιγράφεται από κάποια καταστατικά μεγέθη και ένα από αυτά είναι και η πίεση. Έτσι αν σε ένα δοχείο υπάρχει ένα αέριο σε κατάσταση ισορροπίας, η πίεση έχει κάποια τιμή ( $pV=nRT$ ), με αποτέλεσμα αν στο εσωτερικό του πάρουμε μια επιφάνεια εμβαδού  $A$ , θα δεχτεί κάθετη δύναμη, μέτρου  $F=p \cdot A$ .



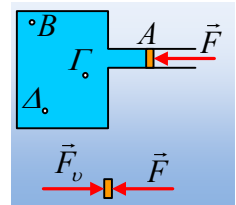
Η ίδια δύναμη θα ασκηθεί στην επιφάνεια, είτε το δοχείο βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, είτε στο διάστημα, έξω από το πεδίο βαρύτητας.

Ισχύει το ίδιο και στα υγρά;

### Απάντηση:

Όχι. Αν ένα υγρό είναι σε ανοικτό δοχείο, μακριά από πεδίο βαρύτητας, η πίεση στο εσωτερικό του είναι μηδενική. Πράγμα που σημαίνει ότι αν φέρουμε μια επιφάνεια στο εσωτερικό του, δεν θα ασκηθεί πάνω της καμιά δύναμη. Πίεση έχουμε σε δυο περιπτώσεις:

- 1) Αν στο υγρό ασκηθεί κάποια εξωτερική δύναμη, όπως στο διπλανό σχήμα. Το δοχείο, βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας και κλείνεται με ένα έμβολο στο οποίο ασκούμε εξωτερική δύναμη  $F$ . Από την ισορροπία του εμβόλου, προκύπτει ότι δέχεται και από το υγρό μια δύναμη  $F_v$ , οπότε:



$$\Sigma F=0 \rightarrow F_v=F.$$

Όμως η δύναμη αυτή που ασκεί το υγρό στο έμβολο, οφείλεται στην πίεση του υγρού, αφού  $F_v=p \cdot A$

Στην πραγματικότητα δηλαδή μέσω του εμβόλου ασκείται εξωτερική δύναμη στο υγρό  $F$ . Αλλά τότε

κάθε σημείο του υγρού αποκτά την ίδια τιμή πίεσης  $p = \frac{F_v}{A} = \frac{F}{A}$ . Ισχύει δηλαδή  $p_B=p_\Gamma=p_\Delta$ .

Στην περίπτωση αυτή, μιλάμε για πίεση εξαιτίας εξωτερικού αιτίου.

- 2) Αν υπάρχει βαρυτικό πεδίο, τότε στο εσωτερικό του υγρού έχουμε πίεση, η τιμή της οποίας σε κάποιο βάθος, οφείλεται στο βάρος του υπερκείμενου υγρού. Η πίεση αυτή συνήθως ονομάζεται «υδροστατική πίεση» και σε ένα σημείο σε βάθος  $h$  έχει τιμή  $p = \rho gh$  όπου  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού.

### Ερώτηση 2<sup>η</sup>:

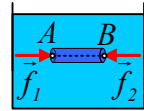
Γιατί η υδροστατική πίεση υπολογίζεται από τη σχέση  $p = \rho gh$  και πώς αυτή συνδέεται με το βάρος του υγρού;

### Απάντηση:

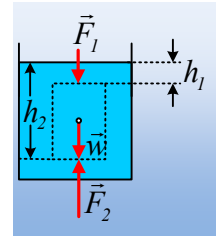
Αξίζει κατ' αρχήν να τονισθεί, ότι οι πιέσεις σε δυο σημεία στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, εντός ενός υγρού σε ακινησία, είναι ίσες. Γιατί;

Έστω δύο σημεία A και B στο ίδιο βάθος μέσα σε ένα υγρό. Αν πάρουμε την ποσότητα του υγρού ενός κυλίνδρου με βάσεις εμβαδού  $\delta A$  στα σημεία αυτά, τότε η μάζα αυτή δέχεται από το υπόλοιπο υγρό, οριζόντιες δυνάμεις  $f_1$  και  $f_2$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά αν το υγρό ηρεμεί, η μάζα αυτή του νερού ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ή} \quad f_1 = f_2 \quad \text{ή} \quad p_A \cdot \delta A = p_B \cdot \delta A \quad \text{ή} \quad p_A = p_B.$$



Έστω ότι σε ένα δοχείο, έχουμε νερό σε ηρεμία και ας μην λάβουμε υπόψη την ατμοσφαιρική πίεση. Ας πάρουμε μια ποσότητα νερού, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με βάσεις, εμβαδού A και ύψος h, όπως στο διπλανό σχήμα. Το παραλληλεπίπεδο αυτό ισορροπεί με την επίδραση των δυνάμεων από το υπόλοιπο νερό, από το οποίο δέχεται τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, καθώς και δυνάμεις στις κατακόρυφες έδρες του, δυνάμεις οριζόντιες. Οι οριζόντιες αυτές δυνάμεις δεν χρειάζεται να μας απασχολήσουν, αφού η ποσότητα αυτή δεν επιταχύνεται οριζόντια, συνεπώς η συνισταμένη τους είναι μηδενική. Πάμε στις κατακόρυφες δυνάμεις.



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_2 - F_1 = w \quad \text{ή}$$

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = mg \quad (1)$$

$$\rightarrow p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = \rho g V \rightarrow$$

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = \rho g \cdot Ah \rightarrow$$

$$p_2 - p_1 = \rho g h \quad (2)$$

όπου  $p_2$  η πίεση σε βάθος  $h_2$  και  $p_1$  σε βάθος  $h_1$  από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού.

Η εξίσωση αυτή αναφέρεται και ως:

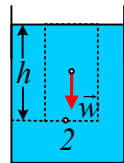
**Ο θεμελιώδης νόμος της ισορροπίας των υγρών.**

$$p_2 - p_1 = \rho g h$$

Αν τώρα το σημείο 1 είναι η επιφάνεια του νερού, τότε η σχέση (2) δίνει:

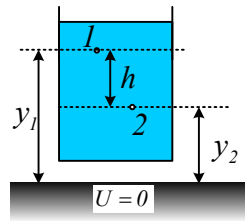
$$p_2 = \rho g h \quad (3)$$

Εξάλλου από την σχέση (1) προκύπτει ότι αν το βάρος της ποσότητας αυτής του νερού είναι μηδενικό (εκτός πεδίου βαρύτητας), τότε οι πιέσεις σε δύο σημεία με διαφορετικό βάθος ( $h_2 \neq h_1$ ), θα ήταν ίσες και από την (3), θα είχαμε  $p_2 = 0$ .



### Παρατήρηση:

Η σχέση (2), η οποία μας δίνει τη διαφορά πίεσης μεταξύ δύο σημείων υγρού, σε ισορροπία, θα μπορούσε να γραφτεί:



$$p_2 - p_1 = \rho g h = \rho g (y_1 - y_2) \rightarrow$$

$$p_2 + \rho g y_2 = p_1 + \rho g y_1$$

όπου  $y_1$  και  $y_2$  τα ύψη των σημείων 1 και 2, από το επίπεδο μηδενισμού της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας. Αλλά τότε η τελευταία εξίσωση μπορεί να διατυπωθεί:

**«το άθροισμα της πίεσης και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου, είναι σταθερό για οποιοδήποτε σημείο ενός υγρού σε ισορροπία».**

### Ερώτηση 3<sup>η</sup>:

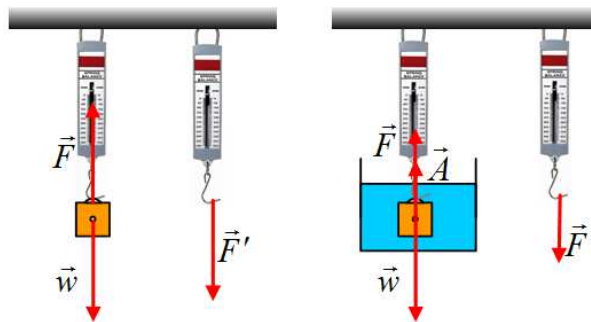
Τι είναι η άνωση;

#### Απάντηση:

Σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, «κάθε σώμα που βυθίζεται σε υγρό, «χάνει» τόσο από το βάρος του, όσο είναι το βάρος του υγρού που εκτοπίζει».

Η πρόταση ισοδύναμα διατυπώνεται, ότι το σώμα δέχεται από το υγρό μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με το βάρος του νερού που εκτοπίζει.

Για παράδειγμα μπορούμε να μετρήσουμε το βάρος ενός σώματος, χρησιμοποιώντας ένα δυναμόμετρο. Στο πρώτο σχήμα το σώμα ισορροπεί, οπότε  $\Sigma F=0$  ή  $F=w$ , όπου  $\vec{F}$  η δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο. Το ελατήριο παραμορφώνεται από την αντίδραση της  $F$ , την  $F'$ , οπότε διαβάζοντας εμείς την ένδειξη του δυναμομέτρου 50N, συμπεραίνουμε ότι το σώμα έχει βάρος 50N.



Στο δεύτερο σχήμα το σώμα είναι βυθισμένο σε υγρό (έστω σε νερό). Δέχεται επιπλέον λοιπόν μια κατακόρυφη δύναμη, την οποία ονομάσαμε Άνωση  $\vec{A}$ . Από την ισορροπία του σώματος παίρνουμε:

$$F + A = w \rightarrow F = w - A,$$

Οπότε και η ένδειξη του δυναμομέτρου  $F = w - A$ , δηλαδή το «βάρος» που μετράμε δεν είναι πια 50N, αλλά λιγότερο κατά  $A$ , όσο δηλαδή είναι το βάρος του υγρού που εκτοπίζεται.

Ναι, αλλά γιατί η άνωση είναι ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού;

Ας έρθουμε στο παράδειγμα της 2<sup>ης</sup> ερώτησης.

Ας δούμε την ισορροπία μιας στήλης υγρού, όπως στο σχήμα, όπου τελικά δέχεται από το υπόλοιπο υγρό μια συνισταμένη δύναμη  $F_y$  κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, ίση με τη συνισταμένη των κατακόρυφων δυνάμεων που δέχεται στις δύο βάσεις,  $F_1$  και  $F_2$ :

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_2 - F_1 = w \text{ ή}$$

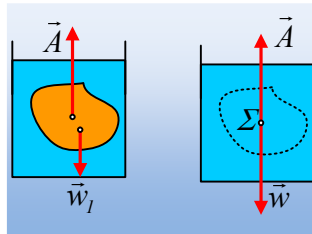
$$F_y = \rho g V$$

Αυτή η συνισταμένη ονομάζεται άνωση, συνεπώς:

$$A = \rho g V$$

Όπου  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $V$  ο όγκος της στήλης.

Αλλά ας το δούμε και γενικότερα, για ένα σώμα τυχαίου σχήματος:



Στο αριστερό σχήμα ένα τυχαίο σώμα, όγκου  $V$ , βυθίζεται σε υγρό με αποτέλεσμα να δέχεται δυνάμεις από το υγρό, η συνισταμένη των οποίων είναι η άνωση  $\vec{A}$ . Στο δεξιό σχήμα, έχουμε πάρει το νερό που περιέχεται στο ίδιο όγκο  $V$ , με το ίδιο σχήμα. Ας ονομάσουμε την ποσότητα αυτή του νερού, «το σώμα  $\Sigma$ ». Το «σώμα  $\Sigma$ » θα δέχεται προφανώς την ίδια δύναμη από το υγρό που υπάρχει γύρω του, όπως και στο αριστερό σχήμα, την ίδια άνωση, αλλά και το βάρος  $w$ . Το «σώμα  $\Sigma$ » ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow A = w = mg = \rho g V$$

Όπου  $w$  το βάρος του «σώματος  $\Sigma$ ».

### Σχόλιο:

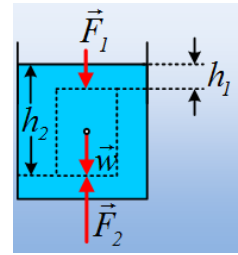
Ας ξεκαθαρίσουμε λίγο τις «διαφορές» αερίων και υγρών, όσον αφορά την πίεση.

Αν έχω ένα αέριο σε ένα δοχείο, εκτός πεδίου βαρύτητας, αυτό ασκεί πίεση η οποία οφείλεται στις κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα. Ας πούμε ότι αυτή είναι  $100.000 \text{ pa}$ . Η πίεση αυτή είναι σταθερή σε όλα τα σημεία του δοχείου. Δηλαδή  $p_A = p_B = 100.000 \text{ pa}$ .

Αν το δοχείο αυτό μεταφερθεί στην επιφάνεια της Γης, όπου υπάρχει βαρύτητα, τότε οι παραπάνω κρούσεις συμβαίνουν με τον ίδιο τρόπο, συνεπώς η πίεση εξαιτίας της άτακτης κίνησης των μορίων στο σημείο A θα είναι ξανά  $p_A = 100.000 \text{ pa}$ .

Στο σημείο B;

Μέσα σε ένα αέριο, η πίεση ελαττώνεται με το ύψος εκθετικά, πράγμα που σημαίνει ότι η πίεση στο B είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από τη πίεση στο A, εξαιτίας του βάρους του αέρα σε μια στήλη με ύψος, όσο το ύψος



του δοχείου. Αλλά εξαιτίας της πολύ μικρής πυκνότητας του αέρα, μπορούμε να θεωρήσουμε αμελητέες τις διαφορές πίεσης μέσα στο δοχείο, που οφείλονται στο βάρος του αερίου...

Με άλλα λόγια, στην πράξη όταν μιλάμε για αέριο σε ένα δοχείο δεν λαμβάνουμε υπόψη μας την «υδροστατική πίεση» δηλαδή την πίεση που οφείλεται στο βάρος του αερίου. Πράγμα όμως, που κάνουμε όταν μιλάμε για ατμοσφαιρική πίεση! Εκεί λέμε ότι αυτή οφείλεται στο βάρος της ατμόσφαιρας!!!

Με την ίδια συλλογιστική και τα μόρια του υγρού κινούνται και συγκρούονται με τα τοιχώματα. Αλλά επειδή οι ταχύτητες των μορίων είναι πολύ μικρότερες από αυτές των αερίων η πίεση που οφείλεται στη θερμική τους κίνηση, παραλείπεται, οπότε λέμε ότι εκτός πεδίου βαρύτητας και χωρίς την επίδραση εξωτερικής δύναμης, η πίεση στα υγρά είναι μηδενική.

*[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)*