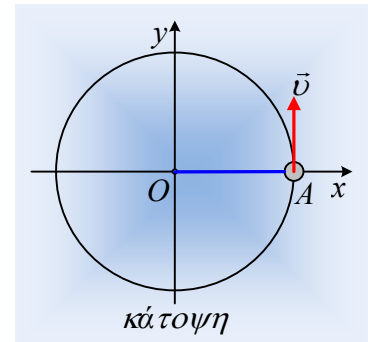


Η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της, σε μια κυκλική κίνηση.

Ένα σώμα μάζας 2kg διαγράφει **οριζόντιο** κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας $R=(8/\pi)$ m, δεμένο στο άκρο νήματος, με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v=2\text{m/s}$. Τη στιγμή $t_0=0$, το σώμα διέρχεται από το σημείο Α του σχήματος.



- i) Ποια η θέση και η ορμή του σώματος τη στιγμή $t_1=2\text{s}$;
- ii) Να βρεθούν:
 - α) Η μεταβολή της ορμής μεταξύ των χρονικών στιγμών t_0 και t_1 .
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη στιγμή t_1 .
- iii) Αν τη στιγμή $t_2=4\text{s}$, κόψουμε το νήμα να βρεθεί η θέση, η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη στιγμή $t_3=6\text{s}$.

Απάντηση:

- i) Από τον ορισμό της γραμμικής ταχύτητας του σώματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, παίρνουμε:

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow s = vt = vt_1 = 2 \cdot 2\text{m} = 4\text{m}$$

Το σώμα δηλαδή έχει διαγράψει τόξο, μήκους 4m. Αλλά πού ακριβώς βρίσκεται;

Υπολογίζουμε το μήκος της περιφέρειας του κύκλου, βρίσκοντας:

$$S_k = 2\pi R = 2\pi \cdot \frac{8}{\pi} \text{m} = 16\text{m}$$

Αλλά τότε το μήκος του τόξου που έχει διαγράψει το σώμα (4m) είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ της περιφέρειας του κύκλου και το σώμα περνά από το σημείο Β, του άξονα y, όπως στο διπλανό σχήμα.

Αλλά στη θέση αυτή, η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη της κυκλικής τροχιάς, οπότε και η ορμή έχει την ίδια κατεύθυνση και μέτρο:

$$P = P_B = mv = 2 \cdot 2\text{kgm/s} = 4\text{kgm/s}$$

- ii) α) Για τη μεταβολή της ορμής μεταξύ της στιγμής t_0 και της στιγμής t_1 , με βάση το διπλανό σχήμα, έχουμε:

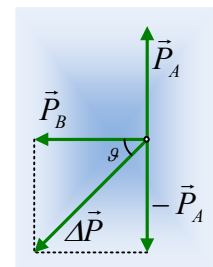
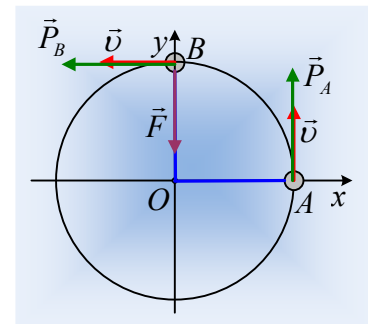
$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_B - \vec{P}_A = \vec{P}_B + (-\vec{P}_A)$$

Οπότε για το μέτρο της μεταβολής της ορμής παίρνουμε:

$$\Delta P = \sqrt{(P_B)^2 + (P_A)^2} = P\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\text{kgm/s}$$

Ενώ η διεύθυνση του διανύσματος, σχηματίζει με το διάνυσμα \vec{P}_B γωνία θ , όπου $\theta=45^\circ$, αφού το παραλληλόγραμμο που έχουμε σχεδιάσει, είναι τετράγωνο.

β) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:



$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\text{κεντ}}$$

Δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη στιγμή t_1 , έχει την κατεύθυνση της κεντρομόλου δύναμης (της τάσης του νήματος), κάθετη στην ορμή, με φορά προς το κέντρο του κύκλου και μέτρο:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F = m \frac{v^2}{R} = 2 \cdot \frac{2^2}{8/\pi} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = 3,14 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2.$$

iii) Τη στιγμή $t_2=4\text{s}$ που κόβεται το νήμα, το σώμα βρίσκεται στο σημείο Γ, αντιδιαμετρικό του σημείου Α, αφού το σώμα έχει διαγράψει τόξο μήκους $s_2 = vt_2 = 2 \cdot 4\text{m} = 8\text{m} = \frac{S_k}{2}$. Αλλά από κει και πέρα το σώμα πάει να δέχεται δύναμη από το νήμα και θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά, μετατοπιζόμενο στη διεύθυνση του άξονα y , όπως στο σχήμα κατά:

$$\Delta y = (\Gamma\Delta) = v \cdot \Delta t = 2 \cdot 2\text{m} = 4\text{m}$$

περνώντας από την θέση Δ, η οποία απέχει κατά 4m από το Γ. Αλλά με βάση αυτά, θα έχουμε για τη στιγμή t_3 :

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} = 0$$

Σχόλιο:

Από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 8/\pi}{2} \text{ s} = 8\text{s}$$

Αλλά τότε τη στιγμή $t_1=2\text{s} = \frac{1}{4} T$, το σώμα έχει διαγράψει το $\frac{1}{4}$ του κύκλου, ενώ τη στιγμή $t_2=4\text{s} = \frac{1}{2} T$ έχει διαγράψει ημικύκλιο, περνώντας από το σημείο Γ. Θα μπορούσαμε δηλαδή να έχουμε δουλέψει με τη βοήθεια της περιόδου, ενώ στην απάντηση προτιμήθηκε η λύση με τα μήκη των τόξων που έχουν διανυθεί...

dmargaris@gmail.com

