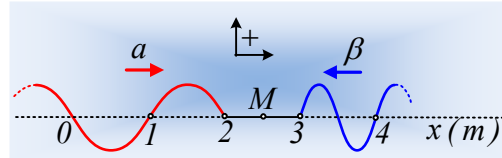


Ταχύτητες σημείων σε δυο κύματα.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα x διαδίδονται αντίθετα δύο αρμονικά κύματα α και β , του ίδιου πλάτους και σε μια στιγμή $t_0=0$ η μορφή του μέσου είναι όπως στο σχήμα:



Τη στιγμή αυτή ($t_0=0$) η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου στη θέση $x=0$, έχει μέτρο $v_0=2\text{m/s}$.

i) Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου στη θέση $x_4=4\text{m}$, τη στιγμή t_0 είναι ίση με:

α) $v_4=-2\text{m/s}$, β) $v_4=+2\text{m/s}$, γ) $v_4=-4\text{m/s}$, δ) $v_4=+4\text{m/s}$.

ii) Τη χρονική στιγμή t_1 που το κύμα α φτάνει στη θέση $x'=3,5\text{m}$, η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M στη θέση $x_M=2,5\text{m}$ είναι ίση με:

α) $v_M=-2\text{m/s}$, β) $v_M=+2\text{m/s}$, γ) $v_M=-4\text{m/s}$, δ) $v_M=+4\text{m/s}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Με βάση το σχήμα, το α κύμα έχει μήκος κύματος $\lambda_\alpha=2\text{m}$, ενώ το β , $\lambda_\beta=1\text{m}$. Τα δυο κύματα όμως διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με την ίδια ταχύτητα v , αφού η ταχύτητα του κύματος εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και όχι από το μήκος κύματος (δεν έχουμε διασκεδασμό!). Αλλά τότε από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $v=\lambda \cdot f$ έχουμε:

$$v = \lambda_\alpha \cdot f_\alpha = \lambda_\beta \cdot f_\beta \rightarrow f_\beta = f_\alpha \cdot \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta} = 2f_\alpha$$

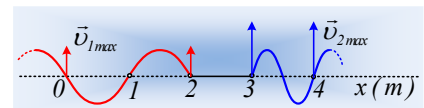
i) Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει κάθε κύμα, ξεκινά την ταλάντωσή του, από τη θέση ισορροπίας του, προς τη θετική κατεύθυνση. Αλλά τότε το σημείο στη θέση $x=0$, το οποίο απέχει κατά λ από την αρχή του κύματος, έχει μέγιστη ταχύτητα με φορά προς πάνω, $v_{1\text{max}}=A \cdot \omega_1=A \cdot 2\pi f_\alpha$. Με την ίδια λογική και το σημείο στη θέση $x_4=4\text{m}$ κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα ταλάντωσης:

$$v_4=A \cdot \omega_2=A \cdot 2\pi f_\beta=A \cdot 2\pi \cdot 2f_\alpha=2v_{1\text{max}}=4\text{m/s}$$

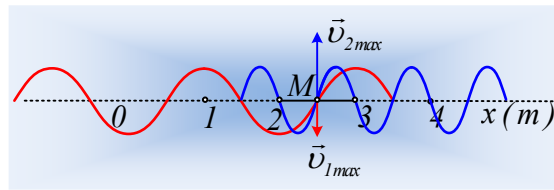
Σωστό το δ).

ii) Τη στιγμή t_1 που το α κύμα φτάνει στη θέση $x_3=3,5\text{m}$, έχοντας διαδοθεί κατά $1,5\text{m}$ και το β κύμα έχει διαδοθεί επίσης κατά $1,5\text{m}$ έχοντας φτάσει στη θέση $x_2=1,5\text{m}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Αλλά τότε με βάση την αρχή της επαλληλίας για την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου του M , αυτή θα προκύψει ως το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων εξαιτίας των δύο ταλαντώσεων, που οφείλονται στα δυο κύματα, δηλαδή:



$$\vec{v}_M = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



Όμως με βάση το παραπάνω σχήμα $v_1 = -v_{1max} = -2\text{m/s}$ και $v_2 = +v_{2max} = +4\text{m/s}$, οπότε:

$$v_M = v_1 + v_2 = -2\text{m/s} + 4\text{m/s} = +2\text{m/s}.$$

Το σημείο M δηλαδή έχει ταχύτητα προς τα πάνω (θετική φορά) και μέτρο $v_M = 2\text{m/s}$.

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com