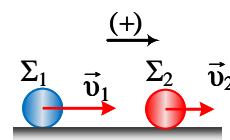


Ελαστική κρούση για αρχή.

Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 3m$, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες με αλγεβρικές τιμές $v_1 = 4v$ και $v_2 = 2v$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Οι δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά.

Να επιβεβαιώσετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων.

α. Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων v'_1 , και v'_2 των Σ_1 και Σ_2 , μετά την κρούση, ισχύει η σχέση

$$v'_1 + v'_2 = 4v.$$

β. Για τις κινητικές ενέργειες των σφαιρών πριν και μετά την κρούση ισχύει η σχέση $K'_2 - K'_1 = 6,5(K_1 - K_2)$

γ. Τα μέτρα της ορμής της Σ_2 πριν και μετά τη σύγκρουση συνδέονται με τη σχέση $p'_2 = \frac{3}{2}p_2$

Λύση

α. Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων ισχύει:

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{6m \cdot 2v + (-2m)4v}{m + 3m} \Rightarrow v'_1 = v \quad \text{και}$$

$$v'_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m \cdot 4v + 2m \cdot 2v}{m + 3m} \Rightarrow v'_2 = 3v$$

Άρα έχουμε: $v'_1 + v'_2 = 4v$.

β. Έστω $K = \frac{1}{2}mv^2$.

$$\text{Για τις κινητικές ενέργειες ισχύει:} \quad K_1 = \frac{1}{2}m \cdot 16v^2 = 16K$$

$$K_2 = \frac{1}{2}3m \cdot 4v^2 = 12K$$

$$K'_1 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = K$$

$$K'_2 = \frac{1}{2}3m \cdot 9v^2 = 27K$$

$$\text{Έτσι:} \quad \frac{K'_2 - K'_1}{K_1 - K_2} = \frac{26K}{4K} = 6,5.$$

γ. Για την ορμή του Σ_2 έχουμε: $p'_2 = m_2v'_2 = m_23v = m_23\frac{v_2}{2} \Rightarrow p'_2 = \frac{3}{2}p_2$