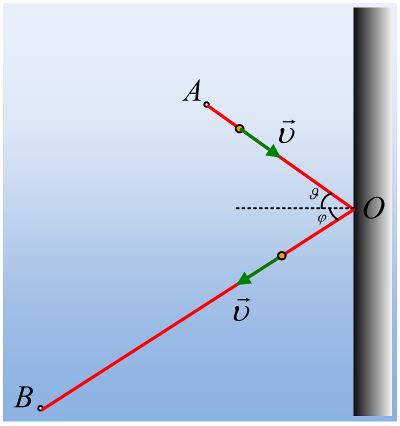
Μια πλάγια κρούση και το μήκος διαδρομής.

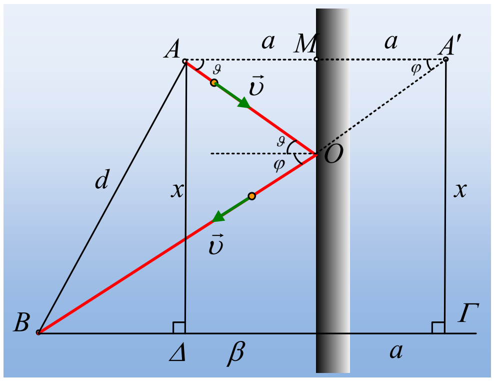
Πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και μπροστά από κατακόρυφο ανένδοτο τοίχο δίνονται δύο σημεία Α και Β των οποίων οι αποστάσεις από τον τοίχο είναι 2,75 m και 4 m αντίστοιχα. Η απόσταση ΑΒ είναι 10 m. Από το σημείο Α εκσφενδονίζεται μικρή ελαστική σφαίρα προς τον τοίχο και μετά από ελαστική κρούση με αυτόν, διέρχεται από το σημείο Β. Να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής της σφαίρας από το Α στο Β.

Απάντηση:



Έστω $\vec{\upsilon}$ η ταχύτητα της σφαίρας, η οποία συγκρούεται με τον τοίχο στο σημείο Ο, όπως στο σχήμα. Αφού η κρούση είναι ελαστική η ταχύτητα έχει το ίδιο μέτρο, πριν και μετά την κρούση, ενώ για τις γωνίες (πρόσπτωσης και ανάκλασης) ισχύει θ=φ.

Αλλά τότε, αν προεκτείνουμε την ΒΟ, μέχρι το σημείο Α΄ όπου συναντά την κάθετη στον τοίχο από το σημείο Α, θα έχουμε ότι η γωνία Α΄ θα είναι επίσης φ (εντός εκτός και επί τα αυτά), ενώ και η γωνία Α θα είναι ίση με θ (εντός εναλλάξ). Αλλά τότε τα τρίγωνα ΟΜΑ και ΟΜΑ΄ είναι ίσα και το σημείο Α΄ δεν είναι άλλο, παρά το συμμετρικό του Α ως προς τον τοίχο και το μήκος της διαδρομής της σφαίρας, από το Α στο Β, είναι η απόσταση (Α΄Β).



Αλλά αν α η απόσταση από τον τοίχο του σημείου Α και β του σημείου Β, ενώ x η προβολή της απόστασης d των σημείων ΑΒ σε διεύθυνση παράλληλη του τοίχου, θα έχουμε με βάση το διπλανό σχήμα:

$$s = \sqrt{(B\Gamma)^2 + (\Gamma A')^2} = \sqrt{(a+\beta)^2 + x^2}$$

$$\text{Όμως } x^2 = (AB)^2 - (B\Delta)^2 = d^2 - (\beta - a)^2 \rightarrow$$

$$s = \sqrt{(a+\beta)^2 + d^2 - (\beta - a)^2} = \sqrt{d^2 + 4a\beta} \rightarrow$$

$$s = \sqrt{10^2 + 4 \cdot 2{,}75 \cdot 4}\,m = 12m$$

dmargaris@gmail.com