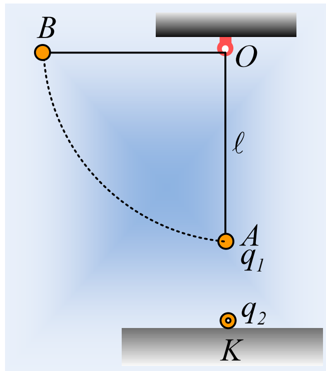
Τάσεις και Επιταχύνσεις στο ηλεκτρικό πεδίο.



Στο άκρο μονωτικού νήματος, μήκους l=0,3m, είναι δεμένο ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας 300g που φέρει φορτίο q_1=0,5μC και κρέμεται από σταθερό σημείο Ο, όπως στο σχήμα. Στο σημείο Κ, του οριζοντίου επιπέδου από μονωτικό υλικό, πάνω στην κατακόρυφο που περνά από το Ο, έχει στερεωθεί ένα άλλο μικρό σφαιρίδιο με φορτίο q_2=5μC. Η απόσταση των δύο σφαιριδίων είναι d=0,1m.

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος με το σφαιρίδιο ακίνητο στη θέση Α.

ii) Μετακινούμε το σφαιρίδιο φέρνοντάς το στη θέση Β, με το νήμα οριζόντιο και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί. Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του σφαιριδίου, καθώς και η τάση του νήματος, αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί.

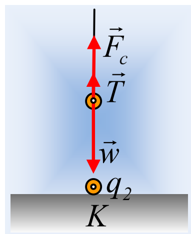
iii) Μετά από λίγο το σφαιρίδιο περνά από τη θέση Α. Για τη στιγμή αυτή:

α) Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου;

β) Να βρεθεί ξανά η τάση του νήματος.

Δίνονται $K_c=9\cdot10^9 Nm^2/C^2$ και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

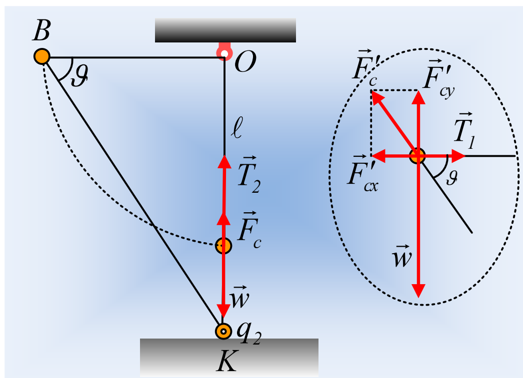


i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο, στη θέση Α, όπου F_c η δύναμη Coulomb με μέτρο:

$$F_c = K_c\frac{|q_1q_2|}{r^2} = K_c\frac{q_1q_2}{d^2} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}\cdot0{,}5\cdot10^{-6}}{0{,}1^2}N = 2{,}25N$$

Το σφαιρίδιο ισορροπεί, οπότε: $\Sigma F=0 \rightarrow T+F_c-w=0 \rightarrow$

$$T=mg-F_c=0{,}3\cdot10N-2{,}25N=0{,}75N$$



ii) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο μόλις αφεθεί να κινηθεί στη θέση Β, έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα (σε μεγέθυνση στο δεύτερο σχήμα). Το τρίγωνο ΚΟΒ είναι ορθογώνιο και από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$(BK)^2 = (OK)^2 + (OB)^2 \rightarrow$$

$$(BK) = \sqrt{(0{,}3+0{,}1)^2+(0{,}3)^2} = 0{,}5m.$$

$$F'_c = K_c\frac{|q_1q_2|}{(BK)^2} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}\cdot0{,}5\cdot10^{-6}}{0{,}25}N = 0{,}09N$$

Αναλύοντας τη δύναμη Coulomb σε συνιστώσες παίρνουμε:

$$F'_{cy} = F'_c \cdot \eta\mu\theta = F'_{cy} \cdot \frac{(OK)}{(BK)} = 0{,}09N \cdot \frac{0{,}4m}{0{,}5m} = 0{,}072N \text{ και}$$

$$F'_{cx} = F'_c \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F'_{cy} \cdot \frac{(OB)}{(BK)} = 0{,}9N \cdot \frac{0{,}3m}{0{,}5m} = 0{,}054N$$

Το σφαιρίδιο επιταχύνεται κατακόρυφα, οπότε:

$$\Sigma F_y = m\cdot\alpha \rightarrow a = \frac{w - F'_{cy}}{m} = g - \frac{F'_{ct}}{m} = 10m/s^2 - \frac{0{,}072}{0{,}3}m/s^2 = 9{,}76m/s^2 .$$

Ενώ ισορροπεί οριζόντια, οπότε $\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_1 = F'_{cx} = 0{,}054N$.

iii) α) Κατά την κίνηση του σφαιριδίου από τη θέση Β στη θέση Α, η ενέργεια παραμένει σταθερή, οπότε θεωρώντας τη δυναμική βαρυτική ενέργεια μηδενική στη θέση Α, παίρνουμε:

$$K_B + U_{B/\beta\alpha\rho} + U_{B/\eta\lambda} = K_A + U_{A/\beta\alpha\rho} + U_{A/\eta\lambda} \rightarrow$$

$$0 + mgh + K_c \frac{q_1 q_2}{(BK)} = K_A + K_c \frac{q_1 q_2}{d} \rightarrow$$

$$K_A = mgh + K_c \frac{q_1 q_2}{(BK)} - K_c \frac{q_1 q_2}{d} = mg\ell + K_c q_1 q_2 \left(\frac{1}{(BK)} - \frac{1}{d} \right) \rightarrow$$

$$K_A = 0{,}3 \cdot 10 \cdot 0{,}3J + 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6} \left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}1} \right) J = 0{,}72J$$

β) Τη στιγμή που το σφαιρίδιο περνά από τη θέση Α, ασκούνται πάνω του οι δυνάμεις όπως και στο i) ερώτημα, αλλά τώρα η συνισταμένη τους δίνει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη, για να μπορέσει το σφαιρίδιο να διαγράφει την κυκλική του τροχιά.

$$\Sigma F_y = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow T_2 + F_c - mg = \frac{m\upsilon^2}{\ell}$$

Και λαμβάνοντας υπόψη ότι $K_A = ½\, m\upsilon^2 \rightarrow m\upsilon^2 = 2K_A$, οπότε:

$$T_2 = \frac{2K_A}{\ell} + mg - F_c = \frac{2 \cdot 0{,}72}{0{,}3}N + 0{,}3 \cdot 10N - 2{,}25N = 5{,}55N$$

dmargaris@gmail.com