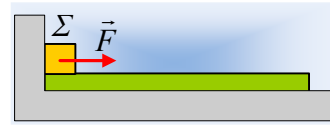


## Το σώμα και η σανίδα

Μια σανίδα μήκους  $L=4\text{m}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο. Πάνω της ηρεμεί ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=1\text{kg}$  στο αριστερό άκρο της, όπως στο σχήμα. Σε μια



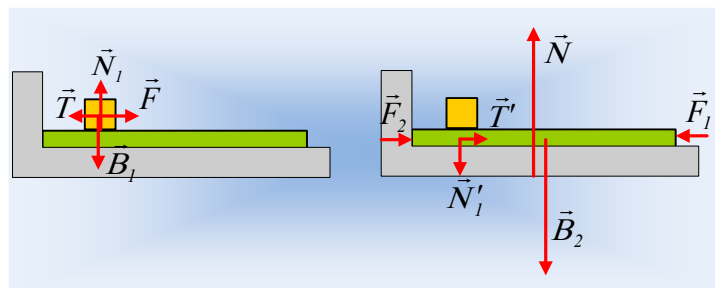
στιγμή τραβάμε το σώμα  $\Sigma$  ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=6,5\text{N}$ , αλλά για να μην παρασυρθεί η σανίδα και να παραμείνει σε επαφή με τον τοίχο, της ασκούμε οριζόντια δύναμη  $F_1$ . Το αποτέλεσμα είναι το σώμα  $\Sigma$  να εγκαταλείψει τη σανίδα με ταχύτητα  $v_1=2\text{m/s}$ .

- i) Να κάνετε δυο σχήματα, όπου στο πρώτο να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  $\Sigma$  και στο δεύτερο στη σανίδα. Να αναφέρετε τα ζευγάρια δράσης-αντίδρασης που εμφανίζονται.
- ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκήθηκε στο σώμα  $\Sigma$  κατά την κίνησή του.
- iii) Να υπολογίσετε το ελάχιστο μέτρο της δύναμης  $F_1$  που απαιτείται για να μην κινηθεί η σανίδα.
- iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ασκώντας στο σώμα  $\Sigma$  την ίδια δύναμη  $F$ , αλλά χωρίς να ασκούμε τη δύναμη  $F_1$  για ακινητοποίηση της σανίδας. Το αποτέλεσμα είναι να κινηθεί και η σανίδα. Τη στιγμή που το σώμα  $\Sigma$  εγκαταλείπει τη σανίδα, από το δεξιό της άκρο, έχει ταχύτητα  $v_2=3\text{m/s}$ . Για το παραπάνω χρονικό διάστημα, ζητούνται:
  - α) Η μετατόπιση του σώματος  $\Sigma$ .
  - β) Η αντίστοιχη μετατόπιση της σανίδας.
  - γ) Η ενέργεια η οποία μεταφέρεται στο σώμα  $\Sigma$  μέσω του έργου της δύναμης  $F$  και η ενέργεια που αφαιρέθηκε μέσω του έργου της τριβής από το  $\Sigma$ ;
  - δ) Η ενέργεια η οποία μεταφέρεται από το σώμα  $\Sigma$  στη σανίδα και η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική στις τριβόμενες επιφάνειες των δύο σωμάτων.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### Απάντηση:

- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στα δυο σώματα:



Όπου  $T$  η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο  $\Sigma$ , ενώ η αντίδρασή της είναι η δύναμη  $T'$  η οποία ασκείται στη σανίδα. Άλλο ζευγάρι δράσης - αντίδρασης είναι η  $N_1$  και  $N'_1$ , όπου  $N_1$

η κάθετη αντίδραση που δέχεται το σώμα  $\Sigma$  από τη σανίδα.

- ii) Εφαρμόζουμε για το σώμα  $\Sigma$  το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, από την αρχική του θέση, μέχρι να εγκαταλείψει τη σανίδα:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_T + W_{B1} + W_{N1}$$

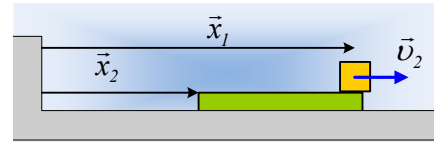
Αλλά  $W_{B1}=W_{N1}=0$ , δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση και  $K_{\text{αρχ}}=0$ , οπότε:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = F \cdot L - T \cdot L \rightarrow T = F - \frac{1}{2L} m v_1^2 \rightarrow$$

$$T = F - \frac{1}{2L} m v_1^2 = 6,5 \text{ N} - \frac{1 \cdot 2^2}{2 \cdot 4} \text{ N} = 6 \text{ N}$$

- iii) Για να μην κινηθεί η σανίδα, πρέπει να της ασκήσουμε δύναμη  $F_1$ , οπότε να ισχύει  $\Sigma F_x=0$  ή  $F_1=T'+F_2$ , όπου  $F_2$  η αντίστοιχη δύναμη που ασκείται στη σανίδα από τον τοίχο. Αλλά τότε η ελάχιστη δύναμη που απαιτείται είναι όταν  $F_2=0$ , οπότε ασκούμε δύναμη για να εξουδετερώσουμε την τριβή  $T'$  που εμφανίζεται. Συνεπώς  $F_{1\text{min}}=T'=T=6\text{N}$ .

- iv) Στο διπλανό σχήμα δείχνει το σώμα  $\Sigma$  τη στιγμή που εγκαταλείπει τη σανίδα με ταχύτητα  $v_2$ , να έχει μετατοπισθεί κατά  $x_1$ , ενώ την ίδια στιγμή η σανίδα έχει μετατοπισθεί κατά  $x_2$ .



- α) Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα είναι ίδιες όπως και στο i) ερώτημα, οπότε εφαρμόζοντας για το σώμα  $\Sigma$  το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, από την αρχική του θέση, μέχρι να εγκαταλείψει τη σανίδα:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_T + W_{B1} + W_{N1}$$

Αλλά  $W_{B1}=W_{N1}=0$ , δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση και  $K_{\text{αρχ}}=0$ , οπότε:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = F \cdot x_1 - T \cdot x_1 \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{m v_2^2}{2(F - T)} = \frac{1 \cdot 3^2}{2(6,5 - 6)} \text{ m} = 9 \text{ m}$$

- β) Με βάση το σχήμα  $x_1=x_2+L$ , οπότε  $x_2=x_1-L=9\text{m}-4\text{m}=5\text{m}$ .

- γ) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα  $\Sigma$  μέσω του έργου της δύναμης  $F$ , είναι ίση με το έργο της:

$$W_F = F \cdot x_1 = 6,5 \cdot 9 \text{ J} = 58,5 \text{ J}$$

Ενώ ενέργεια αφαιρέθηκε μέσω του έργου της τριβής:

$$W_T = -T \cdot x_1 = -6 \cdot 9 \text{ J} = -54 \text{ J}$$

Αφαιρέθηκε δηλαδή ενέργεια 54J, μέσω του έργου της τριβής. (συνεπώς το σώμα  $\Sigma$  «συγκράτησε ενέργεια μόνο 4,5J, όση είναι και η τελική του κινητική ενέργεια  $K = \frac{1}{2} m v_2^2$ ).

- δ) Ενέργεια μεταφέρεται στη σανίδα, μέσω του έργου της τριβής  $T'$ , η οποία ασκείται πάνω της. Έτσι αυτή είναι ίση:

$$W_{T'} = T' \cdot x_2 = 6 \cdot 5J = 30J.$$

Η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας του ότι τρίβονται οι δύο επιφάνειες και είναι ίση με το έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα Σ κατά τη διάρκεια της μετακίνησής του πάνω στη σανίδα, κατά L:

$$Q_{\theta} = |W_{IT}| = T \cdot L = 6 \cdot 4J = 24J.$$

**Σχόλιο:**

Ας δούμε τι μας δίνουν τα παραπάνω αποτελέσματα. Η δύναμη F προσφέρει ενέργεια στο σώμα Σ 58,5J. Από αυτά η τριβή αφαιρεί τα 54J, οπότε το σώμα θα έχει κινητική ενέργεια 4,5J. Από τα 54J που αφαιρεί η τριβή, τα 24J εμφανίζονται ως θερμική ενέργεια εξαιτίας του ότι τρίβονται οι δύο επιφάνειες για μετατόπιση όσο είναι το μήκος της σανίδας L, ενώ τα υπόλοιπα (54J-24J=30J) μεταφέρονται στη σανίδα, μέσω του έργου της T'. Έτσι τη στιγμή που το σώμα Σ εγκαταλείπει τη σανίδα, αυτή θα έχει κινητική ενέργεια 30J.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)