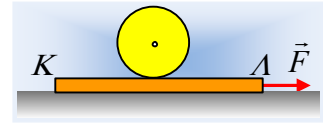


Μια σφαίρα πάνω σε σανίδα

Μια λεπτή σανίδα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ στο μέσον της ηρεμεί μια ομογενής σφαίρα κέντρου O . Σε μια στιγμή ασκούμε στη σανίδα μια οριζόντια δύναμη F με αποτέλεσμα να επιταχυνθεί, προς τα δεξιά όπως στο σχήμα, ενώ η σφαίρα κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).

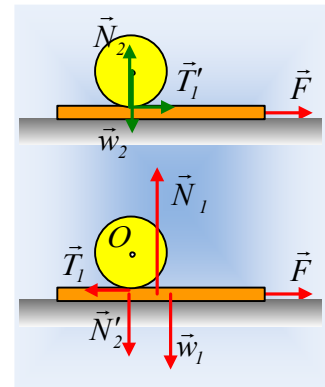


- i) Η σφαίρα θα κινηθεί προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;
- ii) Η σφαίρα θα εγκαταλείψει τη σανίδα από το άκρο της K , από το άκρο Λ ή θα παραμείνει διαρκώς πάνω στη σανίδα;

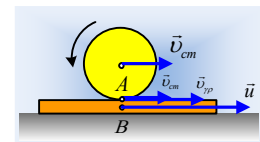
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα (πάνω) και στη σανίδα (κάτω), όπου T_1 η στατική τριβή που ασκείται στη σανίδα και η αντίδρασή της T_1' που ασκείται στη σφαίρα. Γιατί στατική; Γιατί δεν υπάρχει ολίσθηση και η σφαίρα κυλίεται (από την εκφώνηση).



- i) Με βάση το πάνω σχήμα, λόγω της τριβής T_1' η σφαίρα θα αποκτήσει επιτάχυνση κέντρου μάζας, προς τα δεξιά, οπότε θα μεταφερθεί και προς τα δεξιά.
- ii) Η τριβή T_1 εκτός του να προσδίδει μια επιτάχυνση a_{cm} στο κέντρο μάζας O της σφαίρας, παρουσιάζει και μια ροπή ως προς το O . Αποτέλεσμα η σφαίρα να αποκτήσει και μια γωνιακή επιτάχυνση, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Έτσι η σφαίρα θα αρχίσει να περιστρέφεται αριστερόστροφα, όπως στο σχήμα.



Ας εστιάσουμε στο σημείο επαφής της σφαίρας με τη σανίδα, σημείο A , κάποια χρονική στιγμή. Το σημείο A έχει μια ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης ίση με v_{cm} και μια λόγω της κυκλικής του κίνησης γύρω από το κέντρο O , την $v_{\gamma\rho} = \omega R$. Αλλά τότε για την ταχύτητα του σημείου A έχουμε:

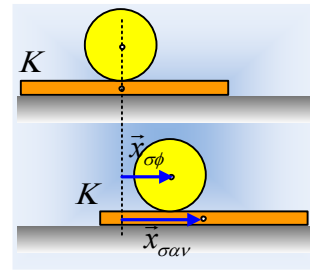
$$v_A = v_{cm} + \omega R$$

Αλλά από τη στιγμή που η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση, η ταχύτητα του σημείου A είναι, κάθε στιγμή, ίση με την ταχύτητα ενός σημείου B της σανίδας, με την οποία έρχεται σε επαφή. Δηλαδή ισχύει:

$$v_A = v_B \rightarrow u = v_{cm} + \omega R$$

Από τη σχέση αυτή συμπεραίνουμε ότι κάθε στιγμή θα ισχύει $u > v_{cm}$, η ταχύτητα δηλαδή που αποκτά η σανίδα, είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του κέντρου μάζας O της σφαίρας. Όμως τότε και η μετατόπιση της σανίδας $\vec{x}_{σαν}$ θα είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μετατόπιση της σφαίρας $\vec{x}_{σφ}$,

όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και η σφαίρα πλησιάζει το άκρο K της σανίδας, από το οποίο και θα την εγκαταλείψει.



dmargaris@gmail.com