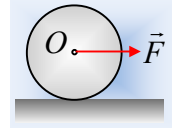


Η θέση ολίσθησης και η ενέργεια.

Ένας τροχός κυλιέται προς τα δεξιά σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο μπορεί να εμφανίσει τριβή $T_{op}=T_{ol}=10\text{N}$, έχοντας κινητική ενέργεια $K_0=25\text{J}$. Τη στιγμή που φτάνει στη θέση $x=0$, δέχεται στο κέντρο του, την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση σύμφωνα με την εξίσωση:



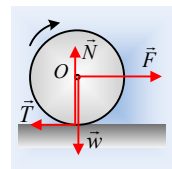
$$F=6x \text{ (S.I.)}$$

- i) Ο τροχός θα αρχίσει να ολισθαίνει στη θέση:
- α) $x=0$, β) $x=5/3\text{m}$, γ) $x=3\text{m}$, δ) $x=5\text{m}$.
- ii) Η κινητική ενέργεια του τροχού τη στιγμή που αρχίζει η ολίσθηση είναι ίση:
- α) $K_1=25\text{J}$, β) $K_1=75\text{J}$, γ) $K_1=100\text{J}$, δ) $K_1=125\text{J}$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονά του $I= \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

- i) Μόλις ασκηθεί στον τροχό η δύναμη F , θα εμφανιστεί και δύναμη στατικής τριβής, όπως στο σχήμα. Να σημειωθεί ότι μέχρι τη στιγμή αυτή ο τροχός κυλιέται, συνεπώς το σημείο επαφής του με το έδαφος έχει μηδενική ταχύτητα. Θεωρώντας την κίνηση του τροχού σύνθετη, εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα και έχουμε:



$$\text{Μεταφορική κίνηση: } \Sigma F_x = ma_{cm} \rightarrow F - T = ma_{cm} \quad (1)$$

$$\text{Στροφική κίνηση: } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T = \frac{1}{2} mR \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Αλλά αφού ο τροχός κυλιέται $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$, οπότε με πρόσθεση των (1) και (2) παίρνουμε:

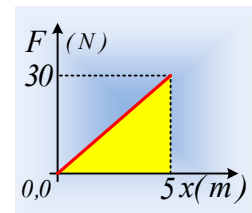
$$F = \frac{3}{2} ma_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{2F}{3m}, \text{ οπότε } T = \frac{1}{2} ma_{cm} = \frac{F}{3}$$

Ο τροχός θα αρχίσει να ολισθαίνει όταν η τριβή μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης, με μέτρο:

$$T_{op} = T_{ol} = 10\text{N} \text{ ή } \frac{6x}{3} = 10 \rightarrow x = 5\text{m}$$

Σωστή η δ) πρόταση.

- ii) Μέχρι τη θέση $x=5\text{m}$ ο τροχός κυλιέται και η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η δύναμη F , αφού η τριβή είναι στατική και δεν παράγει έργο (ασκείται σε σημείο με μηδενική ταχύτητα). Αλλά η δύναμη F είναι μεταβλητή και το έργο της υπολογίζεται από το διάγραμμα $F-x$, αφού το έργο είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου στο διπλανό σχήμα.



$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 30\text{J} = 75\text{J}$$

Οπότε εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τον τροχό από 0-5m παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_N + W_F + W_T$$

Αλλά $W_w = W_N = 0$ δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, οπότε:

$$K_f - 25J = 0 + 0 + 75J + 0 \rightarrow$$

$$K_f = 100J$$

Σωστή η γ) πρόταση.

dmargaris@gmail.com