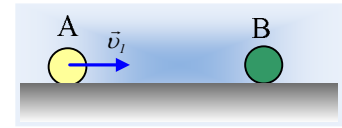


Η μέγιστη κινητική ενέργεια...

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κινούνται στην ίδια ευθεία δύο σφαίρες Α και Β με ίσες ακτίνες, οι οποίες κάποια στιγμή συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Δίνεται ότι $m_A=m$ και $m_B=2m$, ενώ πριν την κρούση η Α σφαίρα έχει ταχύτητα μέτρου v_1 με φορά προς τα δεξιά.



- i) Αν κατά την κρούση η σφαίρα Α αυξάνει την κινητική της ενέργεια, τότε η ταχύτητα της Β σφαίρας πριν την κρούση:
- Έχει φορά προς τα δεξιά.
 - Είναι μηδενική
 - έχει φορά προς τα αριστερά.
- ii) Αν η σφαίρα Β, μεταφέρει στην Α σφαίρα το 100% της κινητικής της ενέργειας, τότε η ταχύτητά της πριν την κρούση είχε μέτρο:

$$\alpha) v_2=v_1, \quad \beta) v_2=2v_1, \quad \gamma) v_2=3v_1.$$

- iii) Στην παραπάνω περίπτωση, η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά η σφαίρα Α μετά την κρούση, είναι:

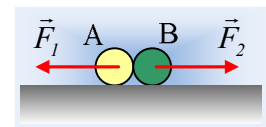
$$\alpha) K_{\max} = \frac{1}{2} m v_1^2, \quad \beta) K_{\max} = 4 \cdot \frac{1}{2} m v_1^2, \quad \gamma) K_{\max} = 8 \cdot \frac{1}{2} m v_1^2, \quad \delta) K_{\max} = 9 \cdot \frac{1}{2} m v_1^2.$$

Απάντηση:

- i) Κατά τη διάρκεια της κρούσης ασκούνται στις σφαίρες οι δυνάμεις F_1 και F_2 , όπως εμφανίζονται στο διπλανό σχήμα. Κατά συνέπεια η ταχύτητα της Α σφαίρας αρχίζει να μειώνεται, οπότε για να έχουμε τελικά αύξησης της κινητικής της ενέργειας, θα πρέπει αφού μηδενιστεί, να αλλάξει φορά και η σφαίρα να κινηθεί τελικά προς τα αριστερά και μάλιστα με ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου. Αν η Β ήταν αρχικά ακίνητη, τότε η τελική ταχύτητα της Α σφαίρας θα είχε μέτρο μικρότερο από v_1 (ας μην ξεχνάμε ότι κάποια ενέργεια θα μεταφερόταν στη Β σφαίρα...). Αν η v_2 είχε φορά προς τα δεξιά, η σφαίρα Β θα επιταχυνόταν και θα κέρδιζε κινητική ενέργεια, αλλά αυτό θα συνοδευόταν από μείωση της κινητικής ενέργειας της Α σφαίρας, με αποτέλεσμα και η τελική ταχύτητα της Α σφαίρας, να είχε μέτρο μικρότερο από το αντίστοιχο μέτρο της v_1 . Άρα δεν μένει παρά η αρχική ταχύτητα της Β σφαίρας να έχει φορά προς τα αριστερά. Σωστό το γ). Αν θέλαμε ακριβέστερη μαθηματική απόδειξη, δεν έχουμε παρά να πάρουμε την εξίσωση της ταχύτητας της Α σφαίρας μετά την κρούση, λαμβάνοντας υπόψη ότι η τελική ταχύτητα της Α σφαίρας θα έχει φορά προς τα αριστερά και θεωρώντας την προς τα δεξιά φορά ως θετική:

$$v'_1 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_1 + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_2 \rightarrow$$

$$-|v'_1| = \frac{m - 2m}{m + 2m} v_1 + \frac{2 \cdot 2m}{m + 2m} v_2 \rightarrow$$



$$-|v'_1| = -\frac{1}{3}v_1 + \frac{4}{3}v_2 \rightarrow$$

$$4v_2 = v_1 - 3|v'_1| < 0 \rightarrow v_2 < 0$$

Αφού $|v'_1| > v_1$

- ii) Αν η Β σφαίρα μεταφέρει στην Α όλη την κινητική της ενέργεια, τότε θα παραμένει τελικά ακίνητη και παίρνοντας την εξίσωση της ταχύτητάς της μετά την κρούση, έχουμε;

$$v'_2 = \frac{2m_A}{m_A + m_B}v_1 + \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}v_2 \rightarrow$$

$$0 = \frac{2m}{m + 2m}v_1 + \frac{2m - m}{m + 2m}v_2 \rightarrow$$

$$v_2 = -2v_1$$

Η τελευταία σχέση, μας λέει ότι η Β σφαίρα πρέπει να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $2v_1$. Σωστή η β) επιλογή.

- iii) Στην περίπτωση που η σφαίρα Β ακινητοποιείται μετά την κρούση, όλη η κινητική της ενέργεια μεταφέρεται στην Α σφαίρα, η οποία αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια:

$$K_{max} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \rightarrow$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}2m(2v_1)^2 = 9 \cdot \frac{1}{2}mv_1^2$$

Σωστό το δ.

dmargaris@gmail.com