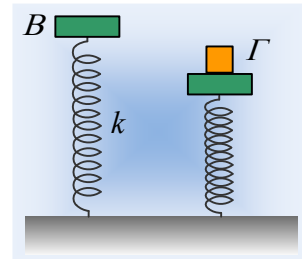


Ενέργεια ταλάντωσης vs Μηχανικής Ενέργειας

Μια πλάκα Β εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση στο πάνω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ με πλάτος $A_1=0,2\text{m}$.



- i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.
- ii) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του συστήματος πλάκα-ελατήριο; Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη θέση ισορροπίας, ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.
- iii) Τη στιγμή που η πλάκα φτάνει στην κάτω ακραία θέση της, τοποθετείται πάνω της (χωρίς ταχύτητα) ένα σώμα Γ μάζας 2kg . Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος πλάκα-σώμα Γ.

Απάντηση:

- i) Το σώμα ισορροπεί στην (ΘΙ) και εκτελεί αατ μεταξύ των ακραίων θέσεων (Θ.1) και (Θ.2). Η ενέργεια ταλάντωσής του είναι ίση:

$$E_{\tau} = \frac{1}{2} D A_1^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 = 2\text{J}$$

Αυτό σημαίνει ότι στις ακραίες θέσεις (Θ.1) και (Θ.2) έχουμε δυναμική ενέργεια $U_{\max}=2\text{J}$, στη (ΘΙ) έχουμε κινητική ενέργεια $K_{\max}=E_{\tau}=2\text{J}$, ενώ σε κάθε άλλη τυχαία θέση θα έχουμε:

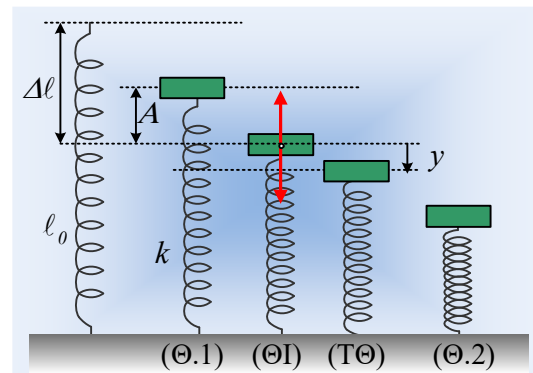
$$E_{\tau} = \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} m v^2 .$$

Αξίζει να επισημάνουμε ότι:

- Δεν ασχοληθήκαμε καθόλου με δυναμικές ενέργειες (βαρυτικές ή ελαστικότητας), ούτε με επίπεδα μηδενικής ενέργειας των παραπάνω ενεργειών.
- Δεν μας απασχολεί, πού βρέθηκε η ενέργεια αυτή. Ποιος την πρόσφερε και μέσω ποιας διαδικασίας. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να δέσουμε το σώμα στο άκρο του ελατηρίου, να το κατεβάσουμε κατά $\Delta l=0,2\text{m}$ και από τη θέση αυτή να το αφήσουμε να ταλαντωθεί...
- Δεν μας δίνεται και ούτε μας χρειάστηκε η μάζα του σώματος (προφανώς για να απαντήσουμε στο συγκεκριμένο ερώτημα, σε άλλα ζητούμενα πιθανόν θα χρειαζόταν...).
- Δεν ασχοληθήκαμε με το ποια είναι η αρχική συσπείρωση Δl του ελατηρίου και ούτε αν η θέση(Θ.1) είναι πάνω ή κάτω από τη θέση φυσικού μήκους. Για το αν το ελατήριο έχει και διαστήματα επιμήκυνσης ή όχι.

Συμπέρασμα: Μπορούμε να δουλέψουμε με την ενέργεια ταλάντωσης ΟΜΟΡΦΑ και ΑΠΛΑ.

- ii) Το δεύτερο ερώτημα, για να μπορεί να απαντηθεί, χρειάζεται να προσδιοριστεί το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας, Ανάλογα το σημείο που θα πάρουμε $U=0$, θα έχουμε και διαφορετικές



τιμές.

Θεωρώντας λοιπόν ότι στη θέση ισορροπίας $U_{\text{βαρ}}=0$ έχουμε:

Για τη μηχανική ενέργεια στις θέσεις του σχήματος:

$$(\Theta.1): E_M = \frac{1}{2}k(\Delta\ell - A_1)^2 + mgA_1$$

$$(\Theta I): E_M = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 + \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2$$

$$(\Theta.2): E_M = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + A_1)^2 - mgA_1$$

$$(T.\Theta.): E_M = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + y)^2 - mgy + \frac{1}{2}mv_1^2$$

Μπορεί εύκολα κάποιος να διαπιστώσει ότι η μηχανική ενέργεια στη διάρκεια της ταλάντωσης, παραμένει σταθερή.

Μπορεί, αν θέλει, να εφαρμόζει την ΑΔΜΕ για επίλυση κάποιου ερωτήματος που συνδέεται με την ταλάντωση αυτή.

Αν το κάνει, θα διαπιστώσει ποια η χρησιμότητα του να έχουμε ορίσει την ενέργεια ταλάντωσης...

iii) Μόλις τοποθετήσουμε το σώμα Γ πάνω στο Β, στην θέση (Θ.2), το σύστημα παραμένει ακίνητο. Γιατί;

Στην αρχική θέση ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow mg=k\cdot\Delta l.$$

Στη θέση (Θ.2):

$$\Sigma F=(m+m_1)g-k\cdot(\Delta l+A_1)=mg+m_1g-k\cdot\Delta l-kA_1= m_1g-kA_1=2\cdot 10N-100\cdot 0,2N=0$$

Αλλά τότε δεν θα ακολουθήσει καμιά ταλάντωση και καμιά ενέργεια ταλάντωσης!

Σχόλια:

Προφανώς το ερώτημα είναι «στημένο» για να προκαλέσει. Θα μπορούσα να είχα δώσει μάζα 1kg, οπότε το νέο πλάτος ταλάντωσης θα ήταν 0,1m και η ενέργεια ταλάντωσης $E_t'=0,5J$.

Το άμεσο και «λογικό» ερώτημα βέβαια είναι **πού πήγε η αρχική ενέργεια ταλάντωσης**. Και η απάντηση είναι ότι **το ερώτημα αυτό ΔΕΝ έχει κανένα νόημα**.

Δεν έχουμε πια ταλάντωση και συνεπώς δεν μπορούμε να έχουμε «ενέργεια ταλάντωσης». **Όσο χρόνο υπάρχει μια ταλάντωση, έχουμε και μια «ενέργεια ταλάντωσης»**. Αν αλλάξει η ταλάντωση αυτή, η νέα που πιθανόν θα υπάρξει, θα έχει και μια νέα «ενέργεια ταλάντωσης». Οι δύο ταλαντώσεις δεν συνδέονται, όπως δεν συνδέονται και οι «ενέργειες των δύο ταλαντώσεων»

Και αν επιμένει ο ερωτών; Πού πήγε η ενέργεια;

Η απάντηση είναι ότι αυτό που διατηρήθηκε είναι η μηχανική ενέργεια! Ας το δούμε.

Πριν να αφήσουμε το σώμα Γ, πάνω στο Β, το φέρνουμε στην θέση αυτή, σε κατακόρυφη απόσταση A_1 , κάτω από την (ΘI), οπότε το σώμα Γ έχει δυναμική ενέργεια $U_2=-m_1gA_1$.

Στην ίδια θέση Το σώμα Β και το ελατήριο έχουν ενέργεια (δείτε παραπάνω):

$$E_M = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + A_1)^2 - mgA_1$$

Άρα η συνολική μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων και του ελατηρίου (m-m₁-ελατηρίου) έχει συνολικά ενέργεια:

$$E_{M,αρχ} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + A_1)^2 - mgA_1 - m_1gA_1 (1)$$

Με την τοποθέτηση του Γ πάνω στο Β, έχουμε τα δυο σώματα να ηρεμούν και το σύστημα έχει μηχανική ενέργεια:

$$E_{M,τελ} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + A_1)^2 - (m + m_1)gA_1 (2)$$

Αν δούμε τις εξισώσεις (1) και (2) βλέπουμε ότι πράγματι η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή με την τοποθέτηση του σώματος Γ, πάνω στην πλάκα Β.

dmargaris@gmail.com