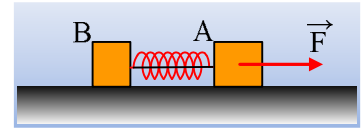


### 3.2. Διατήρηση της Ορμής. Ομάδα Γ.

#### 3.21. Η ορμή και ένα σύστημα σωμάτων.

Δυο σώματα Α και Β με μάζες  $m_1=2\text{kg}$  και  $m_2=1\text{kg}$  αντίστοιχα, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας συμπιέσει ένα ιδανικό ελατήριο κατά  $\Delta l=0,2\text{m}$ , με τη βοήθεια νήματος. Σε μια στιγμή τραβάμε το Α σώμα ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=6\text{N}$ , όπως στο σχήμα, για χρονικό διάστημα  $\Delta t=2\text{s}$ .



i) Να βρεθεί η ορμή που αποκτά το σύστημα των σωμάτων.

Μετά από την κατάργηση της δύναμης, κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα. Παρατηρούμε ότι το σώμα Β επιβραδύνεται και τελικά ακινητοποιείται μετά την απελευθέρωση του ελατηρίου.

Να βρεθούν:

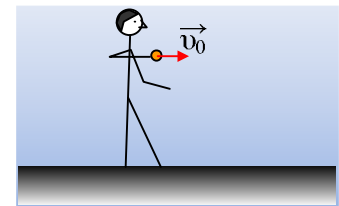
ii) Η τελική ταχύτητα του Α σώματος.

iii) Η σταθερά του ελατηρίου.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Β αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

#### 3.22. Μια μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια.

Ένα παιδί μάζας  $50\text{kg}$  είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κρατώντας στο χέρι του μια σφαίρα μάζας  $1\text{kg}$ . Σε μια στιγμή εκτοξεύει τη σφαίρα οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_0=10\text{m/s}$ , από ύψος  $h=1,8\text{m}$ .



i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

ii) Πόσο απέχει η σφαίρα από το παιδί, τη στιγμή που αγγίζει το έδαφος;

iii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης  $F_1$  που άσκησε το παιδί στην μπάλα κατά την εκτόξευσή της και το έργο της αντίδρασής της  $F_2$ .

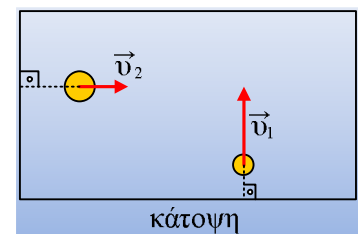
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### 3.23. Η κινητική ενέργεια και η ορμή.

Σε ένα λείο οριζόντιο τραπέζι, σχήματος ορθογωνίου, κινούνται ευθύγραμμα δυο μικρές μπίλιες με μάζες  $m_1=0,1\text{kg}$  και  $m_2=0,3\text{kg}$  με ταχύτητες  $v_1=0,4\text{m/s}$  και  $v_2=0,1\text{m/s}$  αντίστοιχα, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

ii) Να βρεθεί η ολική ορμή του συστήματος.



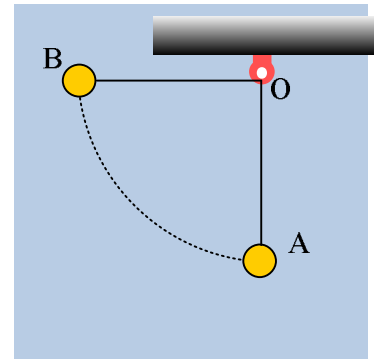
#### 3.24. Ορμή και ρυθμός μεταβολής της στην κυκλική κίνηση.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο άκρο νήματος μήκους 45cm, όπως στο σχήμα (θέση A). Εκτρέπουμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση B, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.

Να βρεθούν η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος:

- i) Μόλις αφηθεί να κινηθεί στη θέση B.
- ii) Τη στιγμή που το νήμα θα γίνει κατακόρυφο (θέση A).

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

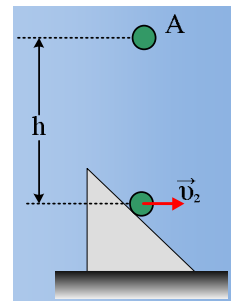


### 3.25. Οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας και της ορμής.

Μια μικρή σφαίρα μάζας 0,5kg αφήνεται να πέσει ελεύθερα Από σημείο A και αφού διανύσει απόσταση  $h=3,2\text{m}$  κτυπά σε κεκλιμένο επίπεδο, με αποτέλεσμα μετά να κινηθεί με οριζόντια ταχύτητα  $v_2=6\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα.

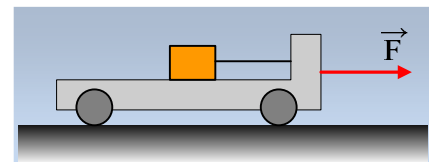
- i) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια και την ορμή της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.
- ii) Να υπολογιστούν η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που οφείλονται στην κρούση.
- iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

Δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .



### 3.26. Ένα σύστημα επιταχύνεται.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σύρεται ένα αμαξίδιο μάζας 1kg, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F=12\text{N}$ . Πάνω στο αμαξίδιο, έχει προσδεθεί με νήμα ένα σώμα Σ, μάζας 0,2kg. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι  $\mu=0,5$ . Κάποια στιγμή  $t_0=0$ , το καροτσάκι έχει ταχύτητα 2m/s.

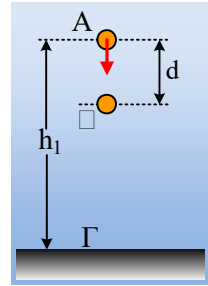


- i) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή αυτή.
- ii) Αν την παραπάνω χρονική στιγμή, κοπεί το νήμα:
  - α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να τις διακρίνετε σε εσωτερικές και εξωτερικές για το σύστημα αμαξίδιο-σώμα Σ.
  - β) Να υπολογιστεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του αμαξιδίου 1s, μετά το κόψιμο του νήματος. Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για το σώμα Σ;
  - γ) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή αυτή.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.27. Μια ανάκλαση μπάλας.

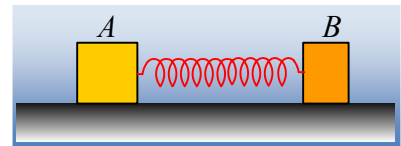
Μια μπάλα μάζας  $0,5\text{kg}$  αφήνεται να πέσει από σημείο Α, σε ύψος  $1,25\text{m}$  και αφού ανακλαστεί στο έδαφος, κινείται προς τα πάνω και φτάνει μέχρι ένα σημείο Β, όπου  $(AB)=0,45\text{m}$ . Κατά την κίνηση της μπάλας, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .



- Να βρείτε την ορμή της μπάλας, ελάχιστα πριν την κρούση της μπάλας με το έδαφος.
- Ποια η αντίστοιχη ορμής της, αμέσως μετά την κρούση;
- Αν η διάρκεια της κρούσης είναι  $0,4\text{s}$ , να υπολογίσετε τη μέση δύναμη  $F$ , που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος, στη διάρκεια της κρούσης.
- Να υπολογιστεί το έργο της παραπάνω δύναμης  $F$ , στη διάρκεια της κρούσης.
- Η παραπάνω δύναμη  $F$  είναι ή όχι συντηρητική; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### 3.28. Η αρχή διατήρησης της ορμής και της ενέργειας.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β, με μάζες  $M=2\text{kg}$  και  $m=1\text{kg}$ , δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου με φυσικό μήκος  $\ell_0=0,5\text{m}$ . Πιάνοντας τα δυο σώματα συμπιέζουμε το ελατήριο, μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει μήκος  $\ell_1=0,2\text{m}$  και τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν. Τη στιγμή  $t_1$  που το ελατήριο αποκτά μήκος  $\ell_2=0,6\text{m}$  για πρώτη φορά, το σώμα Α έχει ταχύτητα μέτρου  $v_1=1\text{m/s}$ . Τη στιγμή αυτή πιάνουμε και ακινητοποιούμε ακαριαία το σώμα Α.



- Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Β τη στιγμή  $t_1$ .
- Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.
- Ποιο είναι το μέγιστο μήκος που θα αποκτήσει το ελατήριο;
- Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Β;

### 3.29. Κίνηση πάνω σε σανίδα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας  $M=4\text{kg}$  και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας  $m=1\text{kg}$ . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι  $\mu=0,2$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα  $v_0=5\text{m/s}$  και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, όπως στο σχήμα.

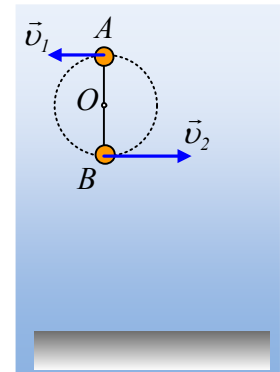


- Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του σώματος Σ τη στιγμή  $t_1=1\text{s}$ , καθώς και η ορμή του τη στιγμή αυτή.
- Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας την παραπάνω στιγμή;
- Να υπολογιστεί η συνολική μηχανική ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική εξαιτίας της τριβής, μέχρι να πάψει να ολισθαίνει το σώμα Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

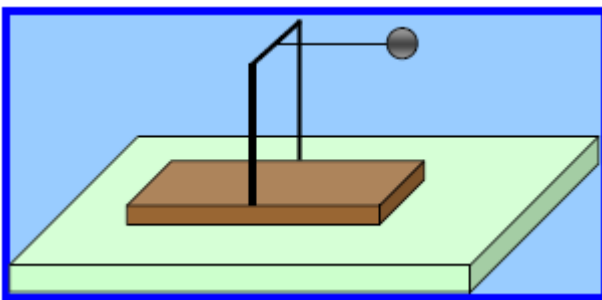
### 3.30. Η κυκλική κίνηση, η οριζόντια βολή και η ορμή.

Ένα σώμα μάζας  $0,5\text{kg}$  είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $0,5\text{m}$  και διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά κέντρου  $O$ . Τη στιγμή που βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του  $A$ , έχει ταχύτητα  $v_1=4\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα.



- i) Να βρεθεί η ορμή του σώματος και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του στη θέση  $A$ .
- ii) Να υπολογιστεί επίσης η ορμή του σώματος στο κατώτερο σημείο της τροχιάς  $B$ .
- iii) Να υπολογιστούν μεταξύ των θέσεων  $A$  και  $B$ :
  - α) Η μεταβολή της ορμής του σώματος.
  - β) Η μεταβολή του μέτρου της ορμής.
- iv) Τη στιγμή που φτάνει το σώμα στη θέση  $B$ , το νήμα κόβεται. Μετά από χρονικό διάστημα  $t_1=0,6\text{s}$  το σώμα βρίσκεται στο σημείο  $\Gamma$ , χωρίς να έχει φτάσει στο έδαφος.
  - α) Να υπολογιστεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, στη θέση  $\Gamma$ .
  - β) Ποια η μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων  $B$  και  $\Gamma$ ;

### 3.31. Το μπαλάκι και η πλατφόρμα. Μια άσκηση διατήρησης ορμής και ενέργειας.



Το γκρίζο μπαλάκι έχει μάζα  $1\text{kg}$ .

Είναι δεμένο σε αβαρές νήμα μήκους  $0,6\text{m}$  στο οριζόντιο σύρμα.

Αφήνεται να κινηθεί από θέση τέτοια ώστε το νήμα να είναι οριζόντιο και κάθετο στο σύρμα.

Η πλατφόρμα έχει μάζα  $3\text{kg}$  και τα σύρματα αμελητέ-

ες μάζες.

Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο.

1. Όταν το μπαλάκι θα βρεθεί στην κατώτερη θέση της τροχιάς του βρείτε τις ταχύτητες μπαλακίου και πλατφόρμας.
2. Σε ποιο ύψος θα φτάσει το μπαλάκι ανεβαίνοντας;

### 3.32. Μετά την επιτάχυνση, ακολουθεί κρούση.

Ένα σώμα  $A$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=2\text{N}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1=3\text{s}$ , όπου και παύει να ασκείται. Μετά από  $2\text{s}$ , το σώμα  $A$  συγκρούεται με ακίνητο σώμα  $B$ , μάζας  $4\text{kg}$ , το οποίο μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου  $v_2=2\text{m/s}$  στην κατεύθυνση της δύναμης  $F$ .

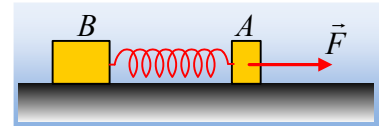


- i) Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος  $A$  τη στιγμή  $t_1$ .
- ii) Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος  $A$  από τη στιγμή  $t_1$  έως ελάχιστα πριν την κρούση;
- iii) Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος  $A$  αμέσως μετά την κρούση.

iv) Να εξετάσετε αν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα στη διάρκεια της κρούσης είναι ή όχι συντηρητικές, αν το σώμα A έχει μάζα 2kg.

### 3.33. Μεταφορά ορμής και ενέργειας.

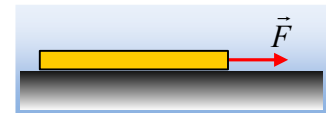
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B με μάζες  $m=1\text{kg}$  και  $M=4\text{kg}$  αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου. Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , ασκούμε στο A σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=4\text{N}$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μετά από λίγο, τη στιγμή  $t_1=3\text{s}$ , το σώμα A έχει μετατοπισθεί κατά  $x_1=5\text{m}$  και η δύναμη F σταματά να ασκείται.



- Να υπολογιστεί η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- Αν τη στιγμή αυτή το σώμα A έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου  $v_1=2\text{m/s}$ , τι ταχύτητα έχει το B σώμα;
- Πόση ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα A μέσω του έργου της δύναμης F;
- Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου την στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη F.

### 3.34. Ένα σύστημα που δεν είναι μονωμένο.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας  $M$  και μήκους  $L$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$  ασκούμε πάνω της μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=4\text{N}$ , με αποτέλεσμα να κινηθεί.



- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας, καθώς και η ορμή της τη χρονική στιγμή  $t_1=2\text{s}$ .
  - Τη στιγμή  $t_1$  αφήνουμε στο μέσον  $M$  της σανίδας, ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$ , το οποίο παρουσιάζει τριβές με τη σανίδα, χωρίς ταχύτητα.
    - Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα μετά τη στιγμή  $t_1$ . Να χαρακτηρίσετε τις ασκούμενες δυνάμεις σε εσωτερικές και εξωτερικές για το σύστημα σανίδα-σώμα  $\Sigma$ .
    - Το σύστημα σανίδα-σώμα  $\Sigma$  είναι ή όχι μονωμένο;
    - Να γράψετε το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα. Μπορείτε να καταλήξετε και σε έναν αντίστοιχο νόμο για το σύστημα σανίδα-σώμα  $\Sigma$ ;
    - Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος σανίδα -σώμα  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή  $t_2=3\text{s}$ .
  - Αν το σώμα  $\Sigma$  παύει να γλιστράει πάνω στη σανίδα τη χρονική στιγμή  $t_3=4\text{s}$ , όπου και σταματάμε να τραβάμε τη σανίδα, πόση είναι η τελική ορμή του συστήματος;
  - Αν  $M=8\text{kg}$ ,  $m=2\text{kg}$ , να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος  $\Sigma$  και σανίδας.
  - Ποιο το ελάχιστο μήκος της σανίδας  $L$ , ώστε να μην την εγκαταλείψει το σώμα  $\Sigma$ ;
- Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.35. Παίζοντας με μια μπάλα.

Αφήνουμε μια μπάλα, μάζας  $0,4\text{kg}$ , να πέσει από ύψος  $H=1,25\text{m}$  η οποία φτάνει στο έδαφος μετά από  $0,5\text{s}$ . Η μπάλα μένει σε επαφή με το έδαφος για χρονικό διάστημα  $0,1\text{s}$  και στη συνέχεια ανέρχεται φτάνοντας σε ύψος  $h=0,8\text{m}$ , πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

- i) Να εξετάσετε αν η κίνηση της μπάλας επηρεάζεται από την αντίσταση του αέρα.
- ii) Να βρεθεί η ορμή της μπάλας ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση της με το έδαφος.
- iii) Να υπολογιστεί η μέση τιμή της δύναμης που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος.
- iv) Δυο συμμαθητές σας συζητούν:

Αντώνης: Η δύναμη από το έδαφος δεν παράγει έργο στη διάρκεια που ασκείται στην μπάλα.

Βασιλική: Η μπάλα παραμορφώνεται στη διάρκεια της κρούσης, συνεπώς μετακινείται το κέντρο της και παράγεται έργο.

Αντώνης: Δηλαδή θέλεις να πεις, ότι εσύ μπορείς να υπολογίσεις το έργο αυτό;

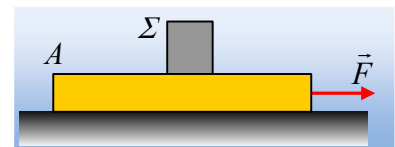
Βασιλική: Όχι μου φαίνεται δύσκολο και δεν ξέρω τι να κάνω, αλλά αφού η μπάλα φτάνει σε μικρότερο ύψος από το αρχικό, πρέπει να παράγεται έργο, γιατί πώς αλλιώς να μειωθεί η ενέργειά της;

Με τον Αντώνη ή με τη Βασιλική συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.36. Άλλο ένα σύστημα και η τριβή.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας  $M=4\text{kg}$  και πάνω της ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=1\text{kg}$ . Σε μια στιγμή  $t=0$ , ασκούμε στη σανίδα μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=18\text{N}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1=5\text{s}$ , οπότε η δύναμη παύει να ασκείται. Κοιτάζοντας το σύστημα, «βλέπουμε» το σώμα  $\Sigma$

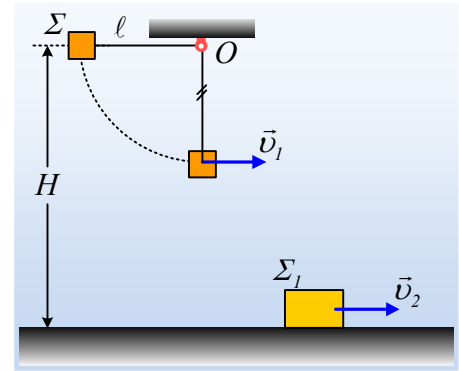


να πλησιάζει το άκρο  $A$  της σανίδας, ενώ ξέρουμε ότι μεταξύ σώματος  $\Sigma$  και σανίδας αναπτύσσονται τριβές.

- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται α) στη σανίδα, β) στο σώμα  $\Sigma$ .
- ii) Τη στιγμή  $t_1$  το σώμα  $\Sigma$  έχει ταχύτητα:
  - α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά, γ) δεν κινείται.
- iii) Αφού χαρακτηρίστε τις παραπάνω δυνάμεις ως εσωτερικές ή εξωτερικές, να εξηγήσετε αν το σύστημα των σωμάτων σανίδα-σώμα  $\Sigma$  είναι μονωμένο ή όχι, στο χρονικό διάστημα  $0-5\text{s}$ ;
- iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή  $t'=3\text{s}$ , καθώς και η ορμή του τη στιγμή  $t_1$ .
- v) Τη χρονική στιγμή  $t_2=7\text{s}$ , το σώμα  $\Sigma$  εγκαταλείπει την σανίδα έχοντας ταχύτητα μέτρου  $v_1=14\text{m/s}$ .
  - α) Η τελική αυτή ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  έχει κατεύθυνση, προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;
  - β) Να υπολογισθεί η τελική ταχύτητα της σανίδας, μετά την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma$ .
  - γ) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και σανίδας είναι  $\mu=0,2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ , να υπολογιστούν:
    - γ<sub>1</sub>) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή  $t_3=6\text{s}$ .
    - γ<sub>2</sub>) Η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη.

### 3.37. Η ορμή και η μεταβολή της ορμής ενός συστήματος.

Από ένα σημείο  $O$  σε ύψος  $H=10\text{m}$ , κρέμεται ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=1\text{kg}$  στο άκρο νήματος μήκους  $l=5\text{m}$ . Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma$ , ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Το νήμα κόβεται τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφο, με αποτέλεσμα το σώμα να πέφτει στο έδαφος και να συγκρούεται με ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $M=5\text{kg}$ , το οποίο κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα  $v_2=4\text{m/s}$ .

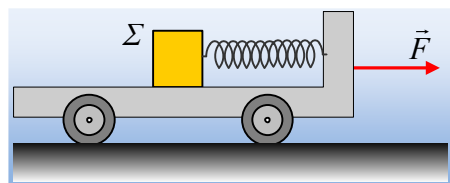


- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του  $\Sigma$  τη στιγμή που κόβεται το νήμα καθώς και η μεταβολή της ορμής του, στο διάστημα της κίνησής του στο άκρο του νήματος.
- ii) Έστω  $t_0=0$  η στιγμή που κόβεται το νήμα. Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος  $\Sigma$ - $\Sigma_1$ , καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος τη στιγμή  $t_0$ .
- iii) Ποια η οριζόντια απόσταση του σώματος  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0$ , από την κατακόρυφο που περνά από το σημείο  $O$ ;
- iv) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Sigma$ , από τη στιγμή  $t_0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1$ , ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το σώμα  $\Sigma_1$ .
- v) Να βρεθεί η ορμή του συστήματος  $\Sigma$ - $\Sigma_1$ , ελάχιστα πριν την σύγκρουσή τους.
- vi) Αν κατά τη κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο συνεχίζει να κινείται οριζόντια, να υπολογίστε τη μεταβολή της ορμής του συστήματος η οποία οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ τα σώματα να θεωρηθούν αμελητέων διαστάσεων.

### 3.38. Ένα σώμα πάνω σε αμαξίδιο.

Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=9\text{kg}$  ηρεμεί πάνω σε ένα ακίνητο αμαξίδιο μάζας  $M=1\text{kg}$ , δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=40\text{N/m}$ , το οποίο έχει το φυσικό μήκος του  $l_0=40\text{cm}$ . Σε μια στιγμή ( $t_0=0$ ) ασκούμε στο αμαξίδιο μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=4\text{N}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1=10\text{s}$ , όπου η δύναμη παύει να ασκείται.



- i) Αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη  $F$  (για  $t=0^+$ ), να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής:
  - α) του σώματος  $\Sigma$  και
  - β) του αμαξιδίου.
- ii) Να υπολογιστεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, τη στιγμή  $t_2 = 4\text{s}$ .
- iii) Κάποια στιγμή ( $t_3 < 10\text{s}$ ) το ελατήριο έχει μήκος  $l_1=55\text{cm}$ . Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή αυτή.
- iv) Μια στιγμή ( $t_4 > 10\text{s}$ ) η ταχύτητα του αμαξιδίου έχει μέτρο  $v_2=3,2\text{m/s}$ , με φορά προς τα δεξιά, ενώ το ελατήριο έχει μήκος  $l_1=30\text{cm}$ . Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:



α) Η ταχύτητα του σώματος Σ.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος.

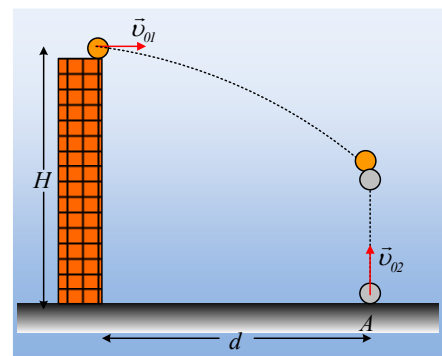
γ) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης F;

Δίνεται ότι δεν αναπτύσσονται τριβές, ούτε μεταξύ σώματος Σ και αμαξιδίου, ούτε μεταξύ αμαξιδίου και εδάφους. Υπενθυμίζεται ότι η δύναμη του ελατηρίου είναι ανάλογη της παραμόρφωσής του, σύμφωνα με το νόμο του Hooke  $F_{ελ} = k \cdot \Delta\ell$ , ενώ ένα παραμορφωμένο ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια η οποία υπολογίζεται από την εξίσωση  $U_{ελ} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$ .

ζεται από την εξίσωση  $U_{ελ} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$ .

### 3.39. Δύο σώματα που πρόκειται να συγκρουστούν.

Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας σε ύψος  $H=40\text{m}$  εκτοξεύεται οριζόντια, τη στιγμή  $t_0=0$ , μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1=0,6\text{kg}$  με αρχική ταχύτητα  $v_{01}=20\text{m/s}$ . Ταυτόχρονα, μια δεύτερη σφαίρα μάζας  $m_2=0,4\text{kg}$ , εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω, από ένα σημείο A, το οποίο απέχει απόσταση  $d=40\text{m}$  από την πολυκατοικία. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται στον αέρα πλαστικά, οπότε δημιουργείται ένα συσσωμάτωμα. Δίνεται ότι  $g=10\text{m/s}^2$ .



i) Ποια χρονική στιγμή έγινε η σύγκρουση των δύο σφαιρών.

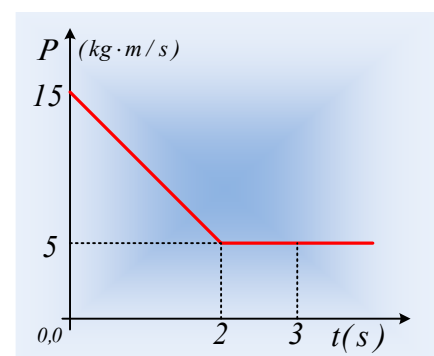
ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών, ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά.

iii) Να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης.

iv) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

### 3.40. Η ορμή ενός σώματος και η μεταβολή της

Ένα σώμα μάζας  $2\text{kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,1$ , ενώ πάνω του ασκείται και οριζόντια δύναμη F. Στο σχήμα δίνεται η ορμή του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να υπολογιστεί ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής από 0-2s, καθώς και ο αντίστοιχος στιγμιαίος ρυθμός τη στιγμή  $t_1=0,8\text{s}$ .

ii) Να βρεθεί η δύναμη F η οποία ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα 0-2s.

iii) Να βρεθεί επίσης η ασκούμενη δύναμη F τη στιγμή  $t_2=3\text{s}$ .

iv) Να υπολογισθεί το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από 0-3s.

v) Ποια η ισχύς της δύναμης F, τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  και ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος, τις στιγμές αυτές;



