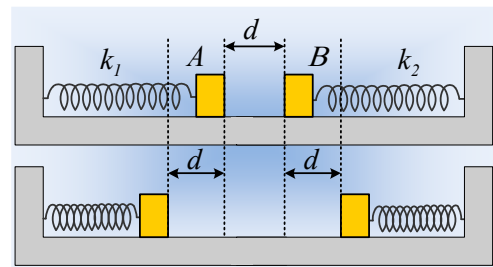


## Δυο ταλαντώσεις και δύο κρούσεις

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων, ηρεμούν δυο σώματα Α και Β, με μάζες  $m_1=0,5\text{kg}$  και  $m_2=2\text{kg}$ , απέχοντας κατά  $d=0,4\text{m}$ , όπως στο σχήμα.

Εκτρέπουμε το μεν Α σώμα προς τα αριστερά, το δε Β προς τα δεξιά, κατά την ίδια απόσταση  $d$  και τη στιγμή  $t=0$ , τα αφήνουμε να κινηθούν. Τα σώματα, χωρίς να αλλάξουν φορά κίνησης,



συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, στη θέση ισορροπίας του σώματος Β.

- i) Αν η σταθερά του δεύτερου ελατηρίου είναι  $k_2=50\text{N/m}$ , να βρεθεί η σταθερά  $k_1$  του πρώτου.
- ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση τους.
- iii) Να βρεθούν τα πλάτη ταλάντωσης κάθε σώματος μετά την μεταξύ τους κρούση.
- iv) Τα δυο σώματα μετά από λίγο θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά. Μήπως οι δυο κρούσεις έγιναν στην ίδια θέση; Αν όχι να εξετάσετε αν η 2<sup>η</sup> αυτή κρούση θα πραγματοποιηθεί, δεξιά ή αριστερά της θέσης που έγινε η πρώτη κρούση.

Θεωρείται δεδομένο ότι η κίνηση ενός σώματος στο άκρο ελατηρίου είναι ΑΑΤ.

### Απάντηση:

- i) Το σώμα Α ξεκινά την ταλάντωσή του από την ακραία αριστερά θέση του, συνεπώς έχει πλάτος ταλάντωσης  $A_1=d$ , οπότε ελάχιστα πριν την κρούση φτάνει στη δεξιά ακραία θέση της ταλάντωσης του με

$$\text{μηδενική ταχύτητα, κινούμενο για χρονικό διάστημα } \Delta t = \frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}}.$$

Το Β σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του, από την ακραία δεξιά θέση, έχοντας επίσης πλάτος ταλάντωσης  $A_2=d$  και ελάχιστα πριν την κρούση φτάνει στη θέση ισορροπίας του, με μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα,

$$\text{σε χρονικό διάστημα } \Delta t = \frac{T_2}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_2}{k_2}}, \text{ οπότε:}$$

$$\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \rightarrow k_1 = \frac{4m_1k_2}{m_2} = \frac{4 \cdot 0,5 \cdot 50}{2} \text{ N/m} = 50 \text{ N/m}$$

- ii) Με βάση τα παραπάνω το Α έχει ταχύτητα μηδενική, πριν την κρούση, ενώ το Β έχει ταχύτητα μέτρου:

$$v_2 = \omega_2 A_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} d = \sqrt{\frac{50}{2}} \cdot 0,4 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

Παίρνοντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική, έχουμε για τις ταχύτητες μετά την κεντρική ελαστική μεταξύ τους κρούση:

$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \text{ και } v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \rightarrow$$

$$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2 \cdot 2}{0,5 + 2} 2m/s = 3,2m/s \text{ και } v'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2 - 0,5}{0,5 + 2} 2m/s = 1,2m/s$$

Και τα δυο σώματα δηλαδή, κινούνται προς τα αριστερά μετά την κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος παραμένει σταθερή οπότε για το Α σώμα:

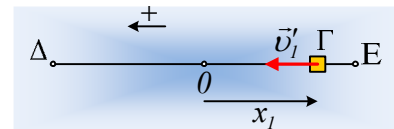
$$\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} k_1 x_1^2 = \frac{1}{2} k_1 A_1'^2 \rightarrow$$

$$A_1' = \sqrt{x_1^2 + \frac{m_1}{k_1} v_1'^2} = \sqrt{0,4^2 + \frac{0,5}{50} 3,2^2} m \approx 0,51m$$

Ενώ για το Β σώμα:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} k_2 A_2'^2 \rightarrow A_2' = v_2' \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 1,2 \sqrt{\frac{2}{50}} m = 0,24m$$

iv) Με βάση την απάντηση στο i) ερώτημα  $\frac{T_1}{2} = \frac{T_2}{4} \rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2}$ .



Ας παρακολουθήσουμε, με βάση το διπλανό σχήμα, την ταλάντωση του Α σώματος μετά την κρούση. Ταλαντώνεται με πλάτος

$A_1 = 0,51m$  μεταξύ των ακραίων θέσεων ΔΕ, ξεκινώντας από τη θέση Γ με απομάκρυνση  $x_1 = -d = -0,4m$  (θετική φορά προς τα αριστερά). Αλλά τότε θα ξαναβρεθεί στη θέση Γ (θέση 1<sup>ης</sup> κρούσης) αφού διαγράψει τη διαδρομή ΓΔΓ, χωρίς να έχει ολοκληρώσει μια ταλάντωση. Με άλλα λόγια θα ξαναβρεθεί στη

θέση Γ σε χρόνο  $t_1 < T_1 \rightarrow t_1 < \frac{T_2}{2}$ .

Αντίθετα το σώμα Β στο τέλος της 1<sup>ης</sup> κρούσης βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, οπότε θα κινηθεί

προς τα αριστερά και θα επιστρέψει σε αυτήν σε χρόνο  $t_2 = \frac{T_2}{2}$ .

Αλλά τότε το Α σώμα (το οποίο θα επέστρεφε στο Γ σε λιγότερο χρόνο) θα «προφτάσει» το Β καθώς θα κινείται προς τη θέση ισορροπίας του, πριν φτάσει σε αυτή και τα δυο σώματα θα συγκρουστούν για 2<sup>η</sup> φορά, αριστερά της θέσης Γ (ή αν προτιμάτε της θέσης που είχαμε την 1<sup>η</sup> κρούση).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)