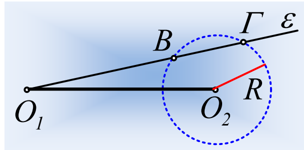
# *Επιφανειακή συμβολή και πλάτη ταλάντωσης.*




Στην επιφάνεια ενός υγρού υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές εγκαρσίων κυμάτων $O_1$ και $O_2$, οι οποίες δημιουργούν επιφανειακά κύματα, με μήκος κύματος $\lambda_1$, τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερό πλάτος Α. Στο σχήμα βλέπετε έναν κύκλο ακτίνας R με κέντρο την πηγή $O_2$ και μια ημιευθεία ε, με αρχή την πηγή $O_1$ η οποία τέμνει τον κύκλο στα σημεία Β και Γ. Μετά από συμβολή των δύο κυμάτων, τα σημεία Β και Γ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, χωρίς να υπάρχει άλλο σημείο μεταξύ τους πάνω στην ε, που να ταλαντώνεται με το πλάτος αυτό.

i) Η απόσταση (ΒΓ) είναι ίση με:

α) $(ΒΓ)=\lambda_1/4$, β) $(ΒΓ)=\lambda_1/2$, γ) $(ΒΓ)=3\lambda_1/4$, δ) $(ΒΓ)=\lambda_1$.

ii) Κατά την κίνησή μας κατά μήκος του τόξου ΒΓ, συναντάμε ένα σημείο Δ, το οποίο παραμένει ακίνητο. Για τη διαφορά των αποστάσεων των σημείων Δ και Β από την πηγή $O_1$ ισχύει:

α) $r_{1Δ}-r_{1B}=\lambda_1/4$, β) $r_{1Δ}-r_{1B}=\lambda_1/2$, γ) $r_{1Δ}-r_{1B}=3\lambda_1/4$, δ) $r_{1Δ}-r_{1B}=\lambda_1$,

iii) Σταματάμε τις δυο πηγές και τις ξαναθέτουμε σε ταλάντωση, με διπλάσια συχνότητα και το ίδιο πλάτος. Μετά από την συμβολή των δύο κυμάτων:

α) Ποιο το πλάτος ταλάντωσης των σημείων Β και Γ;

β) Υπάρχουν άλλα σημεία πάνω στην χορδή ΒΓ που να ταλαντώνονται με πλάτος 2Α;

## *Απάντηση:*

i) Το σημείο Β ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος (2Α) οπότε για την διαφορά των αποστάσεών του από τις δύο πηγές ισχύει:

$$r_{1B}-r_{2B}=N\lambda_1 \text{ όπου } N\in Z \quad (1)$$

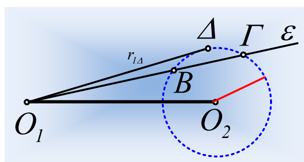
Όμοια για το σημείο Γ, ισχύει: $r_{1Γ}-r_{2Γ}=(N+1)\lambda_1$ με $N\in Z$ (2)

Αφού στην πραγματικότητα κρατώντας σταθερή την απόσταση από την πηγή $O_2$ ($r_{2B}=r_{2Γ}=R$), αυξάνουμε την απόσταση από την πηγή $O_1$ και το Γ, είναι το πρώτο σημείο στο οποίο έχουμε ξανά ενισχυτική συμβολή. Με αφαίρεση κατά μέλη των δύο παραπάνω σχέσεων παίρνουμε:

$$r_{1Γ}-r_{2Γ}-r_{1B}+r_{2B}=(N+1)\lambda_1-N\lambda_1 \rightarrow$$

$$r_{1Γ}-R-r_{1B}+R=\lambda_1 \rightarrow r_{1Γ}-r_{1B}=\lambda_1 \rightarrow (ΒΓ)=\lambda_1.$$

Σωστό το δ).




ii) Έστω ότι το σημείο Δ του τόξου ΒΓ, το οποίο παραμένει ακίνητο ($A_Δ=0$), το οποίο απέχει κατά $r_{1Δ}$ από την πηγή $O_1$. Τα δύο κύματα φτάνουν στο Δ με αντίθεση φάσης, οπότε:

$$r_{1\Delta} - r_{2\Delta} = (2k+1)\frac{\lambda_1}{2} \rightarrow r_{1\Delta} - R = (2k+1)\frac{\lambda_1}{2} \quad (3)$$

Αν δούμε την (3) σε σύγκριση με την (1). Η απόσταση $r_2$=R είναι ίδια, ενώ κατά την κίνησή μας από το Β προς το Δ αυξάνεται διαρκώς η απόσταση $r_1$. Αλλά τότε η διαφορά θα ξεκινήσει από την τιμή $N\lambda_1$ και θα αυξάνεται μέχρι να φτάσει στην τιμή $N\lambda_1 + ½\,\lambda_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{2}$, ή αλλιώς k=N!

Έτσι με αφαίρεση των (3) και (1) κατά μέλη παίρνουμε:

$$r_{1\Delta} - r_{2\Delta} - r_{1B} + r_{2B} = (2N+1)\frac{\lambda_1}{2} - N\lambda_1 \rightarrow$$

$$r_{1\Delta} - R - r_{1B} + R = \frac{\lambda_1}{2} \rightarrow r_{1\Delta} - r_{1B} = \frac{\lambda_1}{2}$$

Σωστό το β).

iii) Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι ανεξάρτητη της συχνότητας της πηγής και από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$\upsilon=\lambda_1 \cdot f_1 \quad \text{και } \upsilon=\lambda_2 \cdot f_2 \rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{f_1}{f_2} = \lambda_1 \frac{f_1}{2f_1} = \frac{\lambda_1}{2}$$

α) Αλλά τότε οι εξισώσεις (1) και (2) γίνονται:

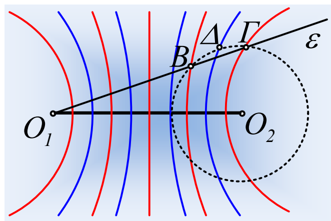
$$r_{1B} - r_{2B} = N\lambda_1 = N \cdot 2\lambda_2 = (2N)\cdot\lambda_2 \text{ με } N \in Z \quad (1^{\alpha}) \text{ και}$$

$$r_{1\Gamma} - r_{2\Gamma} = (N+1)\lambda_1 = (N+1)\cdot 2\lambda_2 = (2N+2)\cdot\lambda_2 \text{ με } N \in Z \quad (2^{\alpha})$$

Οι σχέσεις αυτές μας λένε ότι και για τα δύο σημεία (Β και Γ) η διαφορά των αποστάσεών τους από τις πηγές είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, οπότε βρίσκονται πάνω σε υπερβολές ενισχυτικής συμβολής και το πλάτος ταλάντωσης είναι 2Α.

β) Η σχέση $(2^{\alpha})$ μας δείχνει ότι η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Γ από τις πηγές, είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη διαφορά για το σημείο Β κατά $2\lambda_2$. Αλλά τότε υπάρχει και κάποιο άλλο σημείο της ημιευθείας ε, μεταξύ Β και Γ, έστω το σημείο Ρ, για το οποίο $r_{1P}-r_{2P}=(2N+1)\cdot\lambda_1$ και το οποίο θα ταλαντώνεται με πλάτος 2Α.

***Σχόλιο.***




Στην επιφάνεια του υγρού υπάρχουν σημεία τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. Τα σημεία αυτά είναι τα σημεία της μεσοκαθέτου και τα σημεία τόξα υπερβολών, τα οποία ικανοποιούν την εξίσωση $r_1 - r_2 = N\lambda$ και εμφανίζονται με κόκκινες γραμμές στο διπλανό σχήμα.

Αντίθετα μεταξύ δύο τέτοιων υπερβολών, υπάρχουν υπερβολές απόσβεσης, τα σημεία των οποίων ικανοποιούν την εξίσωση $r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ όπου στο σχήμα εμφανίζονται με μπλε χρώμα. Αν πάνω στο σχήμα αυτό χαράξουμε την ημιευθεία ε, μπορούμε να βρούμε τα σημεία Β και Γ του κύκλου που τέμνουν τις υπερβολές ενίσχυσης.

Αν μεταξύ Β και Γ πάνω στην ε, δεν υπάρχουν άλλα σημεία που να ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, αυτό σημαίνει ότι τα σημεία αυτά, βρίσκονται σε διαδοχικές υπερβολές ενίσχυσης, στο σχήμα το Β στην $1^η$ και το Γ στη $2^η$ υπερβολή δεξιά της μεσοκάθετης. Αλλά τότε η χορδή ΒΓ τέμνεται από μία υπερβολή απόσβεσης και υπάρχει ένα σημείο Δ του κύκλου το οποίο παραμένει ακίνητο.

Αντίθετα στο iii) ερώτημα η διαφορά των αποστάσεων για τα σημεία Β και Γ είναι ίση με $2λ_2$, οπότε υπάρχει μια ενδιάμεση υπερβολή ενίσχυσης, μεταξύ των δύο αντίστοιχα υπερβολών, οπότε υπάρχει και ένα σημείο της χορδής που ταλαντώνεται με πλάτος 2Α.

**dmargaris@gmail.com**