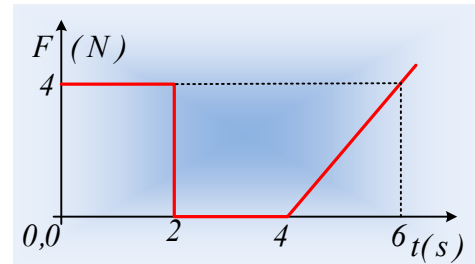


Η δύναμη μεταβάλλεται χρονικά.

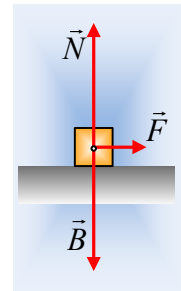
Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ($t_0=0$) δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διπλανό διάγραμμα.



- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στο χρονικό διάστημα από 0-2s.
- ii) Να βρεθεί το έργο της δύναμης στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
- iii) Πόσο απέχει το σώμα από την αρχική του θέση τη χρονική στιγμή $t_2=4s$;
- iv) Αφού παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνση του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα 0-6s, να βρεθούν:
 - α) Η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_3=6s$.
 - β) Το έργο της δύναμης στο χρονικό διάστημα 0-6s.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε $N=B=mg$, οπότε η συνισταμένη δύναμη στο σώμα είναι η δύναμη F . Έτσι από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:



$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{4N}{2kg} = 2m/s^2.$$

Με κατεύθυνση αυτής της δύναμης (στο σχήμα, προς τα δεξιά).

- ii) Η κίνηση του σώματος από 0-2s, πραγματοποιείται με σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς έχουμε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

$$v = at \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

Με αντικατάσταση $t=t_1=2s$ στις παραπάνω εξισώσεις, παίρνουμε:

$$v_1 = at_1 = 2 \cdot 2m/s = 4m/s \quad \text{και} \quad \Delta x_1 = x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 m = 4m$$

Αλλά τότε, το έργο της δύναμης F είναι:

$$W_1 = F \cdot x_1 = 4N \cdot 4m = 16J$$

- iii) Από τη στιγμή $t_1=2s$, έως τη στιγμή $t_2=4s$, το σώμα ισορροπεί ($\Sigma F=0$), οπότε κινείται με σταθερή ταχύτητα v_1 , ίση με αυτή που απέκτησε στο προηγούμενο χρονικό διάστημα που επιταχυνόταν, οπότε μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t = 4 \cdot (4 - 2)m = 8m$$

Έχοντας φτάσει στη θέση $x_2=x_1+\Delta x_2=4m+8m=12m$, θεωρώντας ότι η αρχική του θέση ηρεμίας αντιστοιχεί, στη θέση $x=0$.

iv) Από 0-2s το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 , από 2s-4s η επιτάχυνσή του είναι μηδενική, ενώ στη συνέχεια αποκτά μεταβλητή επιτάχυνση, ανάλογη του χρονικού διαστήματος επιτάχυνσης. Γιατί; Αφού η δύναμη μεταβάλλεται γραμμικά

με το χρόνο, από την σχέση $a = \frac{F}{m}$ προκύπτει ότι και η επι-

τάχυνση (ανάλογη της δύναμης), θα μεταβάλλεται επίσης γραμμικά με τιμή επίσης 2m/s^2 τη στιγμή $t_3=6\text{s}$. Με βάση αυτά η μορφή της επιτάχυνσης να είναι όπως στο διπλανό διάγραμμα.

α) Στο παραπάνω διάγραμμα το εμβαδόν του τριγώνου (με κίτρινο χρώμα) είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας, οπότε στο διάστημα t_2 έως t_3 η ταχύτητα μεταβάλλεται (αυξάνεται) κατά:

$$\Delta v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\text{m/s} = 2\text{m/s}$$

$$\text{Αλλά } \Delta v = v_3 - v_2 \rightarrow v_3 = v_2 + \Delta v = v_1 + \Delta v = 4\text{m/s} + 2\text{m/s} = 6\text{m/s}.$$

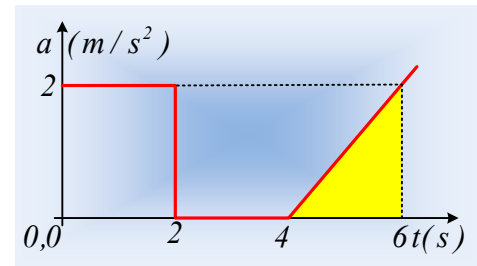
β) Η κίνηση του σώματος στο χρονικό διάστημα της μεταβλητής επιτάχυνσης, δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος, όπως στο ii) ερώτημα και στη συνέχεια να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης. Αλλά ούτε από το διάγραμμα F-t μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης, αφού χρειαζόμαστε διάγραμμα F-x! Δεν μας μένει άλλη λύση, από το να καταφύγουμε στο θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Πράγματι εφαρμόζοντάς το, από την αρχική θέση, μέχρι τη θέση που βρίσκεται το σώμα τη στιγμή t_3 , παίρνουμε:

$$K_3 - K_0 = W_B + W_N + W_F \rightarrow$$

Αλλά $K_0=0$, όπως και $W_B = W_N = 0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση και δεν παράγουν έργο, οπότε:

$$\frac{1}{2} m v_3^2 - 0 = 0 + 0 + W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 \text{ J} = 36 \text{ J}$$



dmargaris@gmail.com