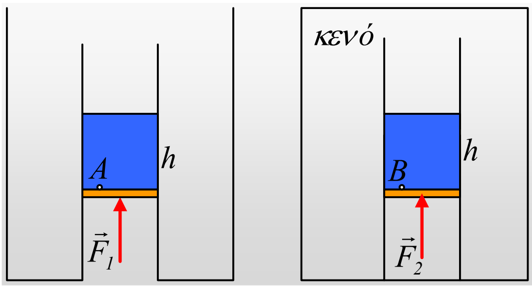
Ο ρόλος της ατμόσφαιρας.

1) Μια ποσότητα υγρού, βρίσκεται σε ένα κατακόρυφο σωλήνα, που κλείνεται με αβαρές έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το έμβολο ισορροπεί με την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης F. Στο σχήμα φαίνονται δυο διαφορετικές εκδοχές. Στην πρώτη, το δοχείο είναι ανοικτό, συνεπώς η δράση της ατμόσφαιρας είναι δεδομένη. Το δεύτερο δοχείο είναι κλειστό από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας.



i) Για τις πιέσεις στα σημεία Α και Β, πολύ κοντά στα έμβολα, ισχύει:

α) $p_A < p_B$, *β)* $p_A = p_B$, *γ)* $p_A > p_B$.

ii) Για τις ασκούμενες δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:

α) $F_1 < F_2$, *β)* $F_1 = F_2$, *γ)* $F_1 > F_2$.

iii) Αυξάνοντας τα μέτρα των ασκούμενων δυνάμεων, ανεβάζουμε τα έμβολα κατά y. Για τα έργα των δυνάμεων ισχύει:

α) $W_{F1} < W_{F2}$, *β)* $W_{F1} = W_{F2}$, *γ)* $W_{F1} > W_{F2}$.

Η τάση ατμών του υγρού, θεωρείται αμελητέα.

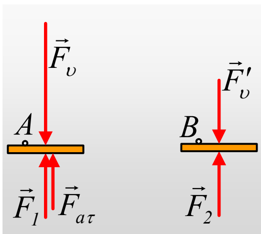
Απάντηση:

i) Για τις πιέσεις έχουμε:

$$p_A = p_{ατ} + \rho gh \ \ και \ \ p_B = \rho gh$$

όπου h το ύψος κάθε στήλης. Προφανώς $p_A > p_B$. Σωστό το γ).

ii) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στα δυο έμβολα, όπου $F_υ$ η δύναμη από το υγρό και $F_{ατ}$ η δύναμη από την ατμόσφαιρα. Από την ισορροπία των εμβόλων έχουμε:



$$\Sigma F_1 = 0 \rightarrow F_υ = F_{ατ} + F_1 \rightarrow$$

$$(p_{ατ} + \rho gh)A = p_{ατ} \cdot A + F_1 \rightarrow$$

$$F_1 = \rho gh \cdot A \quad (1)$$

$$\Sigma F_2 = 0 \rightarrow F_υ{}' = F_2 \rightarrow F_2 = \rho gh \cdot A \quad (2)$$

Από (1) και (2) $F_1 = F_2$. Σωστή η β) πρόταση.

Σημείωση: Προφανώς η δύναμη που απαιτείται για να συγκρατεί το αβαρές έμβολο, πάνω από το οποίο υπάρχει νερό, είναι ίση με το βάρος του νερού!

iii) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την ανύψωση κάθε εμβόλου κατά y:

$$K_{1\tau}\text{-}K_{1\alpha}=W_{F_1}+W_{F_{\alpha\tau}}+W_{F_\upsilon}\rightarrow$$

$$0\text{-}0=W_{F_1}+p_{\alpha\tau}Ay-(p_{\alpha\tau}+\rho gh)Ay\rightarrow$$

$$W_{F_1}=\rho ghAy$$

Αλλά και:

$$K_{1\tau}\text{-}K_{1\alpha}=W_{F_2}+W_{F_\upsilon}\rightarrow$$

$$0\text{-}0=W_{F_2}-\rho ghAy\rightarrow$$

$$W_{F_2}=\rho ghAy$$

Σωστό το β).

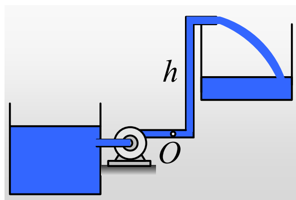
Συμπέρασμα:

Η ενέργεια που απαιτείται για να ανεβάσουμε κατά y μια στήλη νερού, είναι ίση με την αύξηση της δυναμικής του ενέργειας:

$$\Delta U=mg\cdot y=\rho gAh\cdot y$$

Και βέβαια η αύξηση αυτή δεν εξαρτάται από το αν υπάρχει ή όχι ατμοσφαιρική πίεση!

2) Για να μεταφέρουμε μια ποσότητα νερού, από μια δεξαμενή στο έδαφος σε ένα δοχείο ύψος h, χρησιμοποιούμε μια αντλία νερού, η οποία συμβάλλει ώστε στην έξοδο της (σημείο O) να συντηρείται κατά την λειτουργία της μια σταθερή πίεση $p=3p_{\alpha\tau}$.



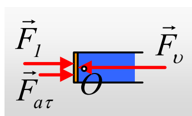
i) Αν η μεταφορά γίνεται με σταθερή παροχή Π, τότε ο ρυθμός με τον οποίο η αντλία παρέχει ενέργεια στο νερό το οποίο βρίσκεται ήδη στην έξοδό της είναι:

i) $P=3p_{\alpha\tau}\cdot\Pi$, ii) $P_1=2p_{\alpha\tau}\cdot\Pi$, iii) $P_1=p_{\alpha\tau}\cdot\Pi$.

ii) Η συνολική ισχύς της αντλίας είναι η παραπάνω ή όχι;
Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Ας φανταστούμε το εξής μοντέλο. Στο κάτω άκρο του σωλήνα, έχουμε ένα αβαρές έμβολο το οποίο σπρώχνουμε με την επίδραση μιας κάθετης δύναμης F_1, με αποτέλεσμα να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα, οπότε και η παροχή του σωλήνα, να παραμένει σταθερή. Από την ισορροπία του εμβόλου έχουμε:



$$\Sigma F=0 \rightarrow F_1+F_{\alpha\tau}-F_\upsilon=0 \rightarrow$$

$$F_1=F_\upsilon-F_{\alpha\tau}=p\cdot A-p_{\alpha\tau}A=3p_{\alpha\tau}\cdot A-p_{\alpha\tau}\cdot A=2p_{\alpha\tau}\cdot A.$$

i) Αλλά τότε η ισχύς της δύναμης F_1, δηλαδή ο ρυθμός με τον οποίο παρέχουμε ενέργεια στο έμβολο και μέσου αυτού, στο νερό που βρίσκεται στην έξοδο της αντλίας, είναι:

$$P_1=\frac{dW_{F_1}}{dt}=\frac{F_1dx}{dt}=\frac{2p_{\alpha\tau}A\cdot dx}{dt}=2p_{\alpha\tau}A\cdot\upsilon_A$$

Όπου υ_A η ταχύτητα του νερού. Όμως το γινόμενο $A\cdot\upsilon_A$ είναι ίσο με την παροχή στο σημείο Ο και προφανώς με την παροχή του σωλήνα και η εξίσωση γίνεται:

$$P_1=2p_{\alpha\tau}\cdot\Pi$$

Το υποκείμενο της «άσκησης» της παραπάνω δύναμης F_1 είναι η αντλία, συνεπώς και η αντίστοιχη ισχύς της γεννήτριας είναι ίση με $P_1=2p_{\alpha\tau}\cdot\Pi$.

Σωστή η β) πρόταση.

ii) Το νερό στην έξοδο της αντλίας (περιοχή σημείου Ο) έχει και κινητική ενέργεια, ανά μονάδα όγκου ίση με ½ $\rho\upsilon_o^2$. Την ενέργεια αυτή προφανώς την πήρε από την αντλία. Έτσι ανά μονάδα χρόνου, η αντλία παρέχει ενέργεια για την μεταφορά του νερού από την δεξαμενή στην έξοδό της ίση με:

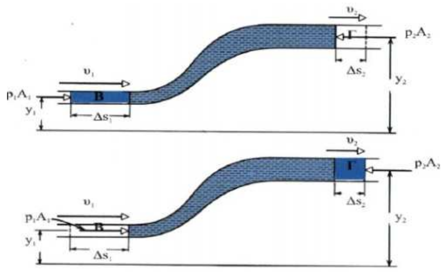
$$P_2=\frac{dK}{dt}=\frac{\frac{1}{2}\Delta m\cdot\upsilon^2}{\Delta t}=\frac{\frac{1}{2}\rho\Delta V\cdot\upsilon_o^2}{\Delta t}=\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon_o^2\right)\cdot\Pi$$

Προφανώς η συνολική ισχύς της αντλίας είναι ίση:

$$P_{\alpha\nu\tau\lambda}=P_1+P_2$$

Σχόλιο.

Κατά την απόδειξη της εξίσωσης Bernoulli, βρίσκουμε το έργο που παράγει πάνω σε μια ορισμένη ποσότητα ρευστού, το περιβάλλον ρευστό:



$$W=F_1\Delta s_1-F_2\Delta s_2=p_1A_1\cdot\Delta s_1-p_2A_2\cdot\Delta s_2=(p_1-p_2)\cdot\Delta V$$

Το έργο της F_2 ($W_2=-p_2A_2\cdot\Delta s_2$) είναι αρνητικό, πράγμα που σημαίνει ότι μετράει το έργο που μεταφέρεται από το ρευστό (με μπλε χρώμα) στο περιβάλλον ρευστό ή αν η φλέβα καταλήγει στον αέρα, την ενέργεια που μεταφέρεται από το ρευστό στην ατμόσφαιρα.

Συνεπώς ας επιστρέψουμε στο αρχικό ερώτημα και ας μελετήσουμε το τμήμα του νερού δεξιά της αντλίας. Έργο παράγει πάνω του και η αντλία και η ατμόσφαιρα. Όμως ατμοσφαιρική πίεση επικρατεί και στο σημείο Ο και στο πάνω άκρο του σωλήνα, συνεπώς το συνολικό της έργο είναι μηδενικό:

$$W_{ατμ}=+p_{ατ}A\cdot x - p_{ατ}A\cdot x=0$$

Έτσι μένει η αντλία να παράγει έργο πάνω στην ποσότητα του νερού. Πόσο;

$$W=p'\cdot \Delta V = (p_o - p_{ατμ})\cdot \Delta V$$

Όπου $p'=p_o-p_{ατμ}$ η «διαφορική πίεση» στο σημείο Ο, η **υπερπίεση** στο Ο, ή με άλλα λόγια η επιπλέον της ατμοσφαιρικής πίεση, την οποία στην πραγματικότητα προκαλεί η αντλία.

dmargaris@gmail.com