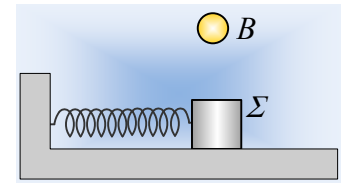


Η ορμή και η ενέργεια ταλάντωσης σε μια πλαστική κρούση.

Το σώμα Σ ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με πλάτος A και περίοδο T . Το σώμα B πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή συγκρούεται πλαστικά με το Σ . Το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται και μετά την κρούση.

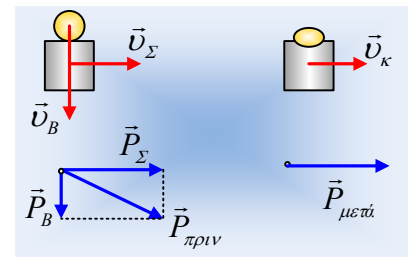


Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

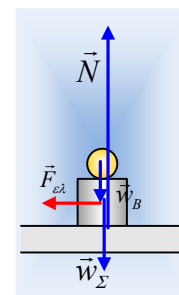
- i) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης παρέμεινε η ίδια.
- ii) Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή στη διάρκεια της κρούσης.
- iii) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή ελάχιστα μετά την κρούση.
- iv) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε μετά την κρούση.
- v) Γενικά η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται, αλλά υπάρχει περίπτωση και να παραμείνει σταθερή.

Απάντηση:

- i) Η πρόταση είναι σωστή. Η θέση ισορροπίας ($\Sigma F=0$), είναι η θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του, αφού μόνο τότε δεν ασκεί δύναμη στο σώμα. Να τονισθεί ότι, η θέση αυτή είναι ανεξάρτητη της μάζας του ταλαντωτή. Είτε δηλαδή έχουμε μόνο το σώμα Σ , είτε συσσωμάτωμα, έχουμε την ίδια θέση ισορροπίας.
- ii) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Πριν την κρούση, το σώμα B έχει ορμή κατακόρυφη, ενώ μετά την κρούση, το σύστημα κινείται οριζόντια. Ας δούμε το διπλανό σχήμα, στο οποίο έχει σχεδιαστεί η συνολική ορμή πριν την κρούση και η ορμή μετά. Προφανώς τα διανύσματα $\vec{P}_{\text{πριν}}$ και $\vec{P}_{\text{μετά}}$ δεν είναι ίσα.



Ας δούμε το θέμα από μια άλλη σκοπιά. Ποιες εξωτερικές δυνάμεις ασκούνται στο σύστημα των δύο σωμάτων; Στο δεύτερο σχήμα τις έχουμε σχεδιάσει. Είναι τα βάρη, η κάθετη αντίδραση του επιπέδου (δύναμη στήριξης) N και η δύναμη του ελατηρίου, έστω προς τα αριστερά (με το ελατήριο τεντωμένο). Δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποστηρίξει κάποιος ότι $\Sigma F_y=0$! Στην πραγματικότητα δεν είναι, αφού μεταβάλλεται η ορμή του συστήματος στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:



$$\frac{d\vec{P}_{y,ολ}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{y,εξ}$$

- iii) Με βάση και την προηγούμενη απάντηση, στην οριζόντια διεύθυνση ασκείται μια εξωτερική δύναμη, η $F_{ελ}$ στο σύστημα των σωμάτων στη διάρκεια της κρούσης. Η δράση της επιφέρει την μεταβολή της ορμής του σώματος Σ . Αν όμως δεχτούμε απειροελάχιστη τη διάρκεια της κρούσης, αυτή η μεταβολή της

ορμής μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα, οπότε μπορούμε να δεχτούμε ότι η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση δεν μεταβάλλεται και η πρόταση είναι σωστή.

iv) Η περίοδος ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση, δίνεται από τις εξισώσεις:

$$T_{\text{πριν}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \quad \text{και} \quad T_{\text{μετά}} = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

Όπου M η μάζα του σώματος Σ και m του σώματος B .

Κατά συνέπεια η περίοδος αυξήθηκε και η πρόταση είναι σωστή.

v) Έστω ότι τη στιγμή της κρούσης το σώμα Σ βρίσκεται σε απομάκρυνση x_1 , έχοντας ταχύτητα v_1 . Από τη διατήρηση της ορμής στην διεύθυνση x παίρνουμε:

$$P_{\text{πριν},x} = P_{\text{μετά},x} \rightarrow Mv_1 = (M+m)v_k \rightarrow v_k = \frac{Mv_1}{(M+m)}$$

Αλλά τότε, η ενέργεια ταλάντωσης πριν την κρούση είχε τιμή:

$$E_{\text{πριν}} = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2$$

Ενώ μετά την κρούση έχουμε:

$$E_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(M+m)v_k^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{Mv_1}{M+m}\right)^2 \rightarrow$$

$$E_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2\left(\frac{M}{M+m}\right) < \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2$$

Με βάση την παραπάνω ανισότητα λοιπόν, η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι μικρότερη της ενέργειας πριν την κρούση, εκτός και αν:

Εκτός και αν η κρούση γίνει σε ακραία θέση, όπου $v_1=0$, οπότε $E_{\text{πριν}} = E_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}kA^2$.

Η πρόταση λοιπόν είναι σωστή.

dmargaris@gmail.com