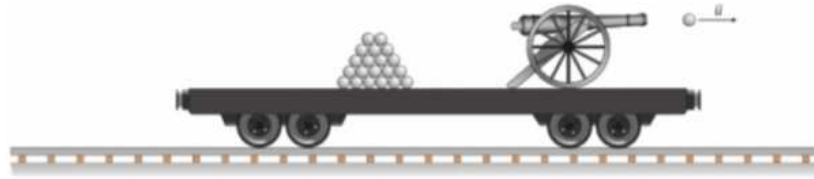


Ποια η ταχύτητα της πλατφόρμας;



Σε οριζόντια, ευθύγραμμη σιδηροτροχιά βρίσκεται μία πλατφόρμα, η οποία μπορεί να κινείται στη σιδηροτροχιά χωρίς τριβές στους άξονες. Η πλατφόρμα αρχικά είναι ακίνητη. Στην πλατφόρμα υπάρχει στερεωμένο ένα κανόνι, το οποίο μπορεί να εκτοξεύει βλήματα στην οριζόντια διεύθυνση, παράλληλα με τη σιδηροτροχιά, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν το κανόνι εκτοξεύει τα βλήματα με ταχύτητα μέτρου u ως προς την πλατφόρμα και αν η αρχική μάζα του συστήματος πλατφόρμα – κανόνι – βλήματα είναι m_0 και η μάζα κάθε βλήματος είναι m_β , να υπολογίσετε την ταχύτητα της πλατφόρμας μετά από την εκτόξευση από το κανόνι N βλημάτων προς την ίδια κατεύθυνση. Θεωρήστε ότι υπάρχουν αρκετά βλήματα στην πλατφόρμα. Η απάντηση να δοθεί ως συνάρτηση των μεγεθών m_0 , m_β , u και N .

Απάντηση:

Τη στιγμή που το πρώτο βλήμα εγκαταλείπει το κανόνι έχει ταχύτητα v_β και το υπόλοιπο σύστημα ταχύτητα V_1 προς τα αριστερά (ταχύτητα ανάκρουσης) όπου:

$$\vec{u} = \vec{v}_\beta - \vec{V}_1 \rightarrow$$

$$u = v_\beta + V_1 \rightarrow v_\beta = u - V_1 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ για την εκτόξευση αυτή, έχουμε:

$$\vec{P}_{\text{τελ}} = \vec{P}_{\text{αρχ}} \rightarrow m_\beta v_\beta - (m_0 - m_\beta)V_1 = 0 \rightarrow$$

$$m_\beta u - m_\beta V_1 = m_0 V_1 - m_\beta V_1 \rightarrow$$

$$V_1 = \frac{m_\beta u}{m_0} \quad (1)$$

Τη στιγμή που το 2^ο βλήμα εγκαταλείπει το κανόνι η ταχύτητα του υπόλοιπου συστήματος θα είναι V_2 και με την ίδια λογική, θα ισχύει $v'_\beta = u - V_2$ (1α) ενώ:

$$\vec{P}_{\text{τελ}} = \vec{P}_{\text{αρχ}} \rightarrow m_\beta v'_\beta - (m_0 - 2m_\beta)V_2 = -(m_0 - m_\beta)V_1 \rightarrow$$

$$m_\beta u - m_\beta V_2 - m_0 V_2 - 2m_\beta V_2 = -(m_0 - m_\beta)V_1 \rightarrow$$

$$V_2 = V_1 + \frac{m_\beta u}{m_0 - m_\beta} \quad (3)$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η εκτόξευση του 2^{ου} βλήματος προκάλεσε μια αύξηση της ταχύτητας του συστήματος

κατά:

$$\Delta V = \frac{m_{\beta} u}{m_o - m_{\beta}}$$

Ας δούμε τώρα τι συμβαίνει με την εκτόξευση του νιοστού βλήματος. Πριν την εκτόξευση το σύστημα κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου V_{N-1} και αμέσως μετά με ταχύτητα V_N ενώ το βλήμα φεύγει με ταχύτητα $v_{\beta}=u-V_N$ και η ΑΔΟ μας δίνει:

$$\bar{P}_{\text{τελ}} = \bar{P}_{\text{αρχ}} \rightarrow m_{\beta} v_{\beta} - (m_o - N m_{\beta}) V_N = -(m_o - (N-1) m_{\beta}) V_{N-1} \rightarrow$$

$$m_{\beta} u - m_{\beta} V_N - (m_o - N m_{\beta}) V_N = -(m_o - (N-1) m_{\beta}) V_{N-1} \rightarrow$$

$$V_N = V_{N-1} + \frac{m_{\beta} u}{m_o - (N-1) m_{\beta}} \quad (4)$$

Συνεπώς η ταχύτητα μετά από εκτόξευση N βλημάτων είναι:

$$V_N = \frac{m_{\beta} u}{m_o} + \frac{m_{\beta} u}{m_o - m_{\beta}} + \frac{m_{\beta} u}{m_o - 2m_{\beta}} + \dots + \frac{m_{\beta} u}{m_o - (N-1)m_{\beta}} \rightarrow$$

$$V_N = \left(\frac{1}{m_o} + \frac{1}{m_o - m_{\beta}} + \frac{1}{m_o - 2m_{\beta}} + \dots + \frac{1}{m_o - (N-1)m_{\beta}} \right) \cdot m_{\beta} u$$

dmargaris@gmail.com