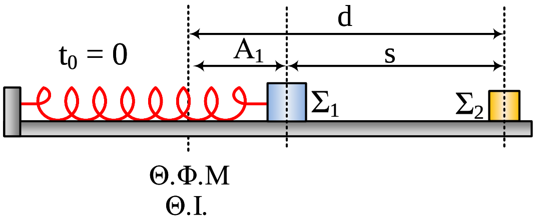
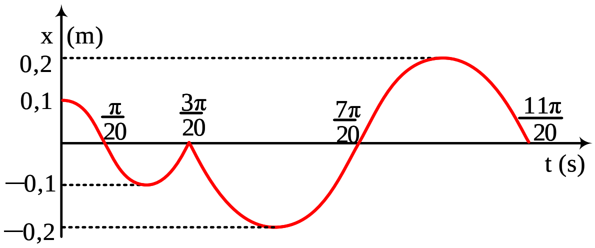
Το διάγραμμα μας δείχνει την κρούση.



Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε την εξέλιξη της ταλάντωσης ενός σώματος $Σ_1$ μάζας $m_1 = 1$ kg σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Κάποια στιγμή συγκρούεται κε-ντρικά με σώμα $Σ_2$, μάζας m_2.



α. το μέτρο της ορμή του $Σ_1$, ελάχιστα πριν την κρούση με το $Σ_2$.

β. την μεταβολή της ορμής του $Σ_2$ κατά την διάρκεια της κρούσης.

γ. την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων

δ. Αν τα δύο σώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα την κίνηση τους και το $Σ_2$ επιταχύνθηκε από σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = \frac{50}{\pi}\,\text{N}$ για όσο χρειάστηκε. Να βρεθεί η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων.

Δίνεται $\frac{\pi}{6} \simeq 0,52$, σε κάθε ταλάντωση ισχύει D = k.

Λύση

α. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι:

Το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης του $Σ_1$ είναι $\mathbf{A_1 = 0,1\ m}$.

και η περίοδος της ταλάντωσης $\frac{3T_1}{4} = 0,15\pi\,\text{s} \Rightarrow \mathbf{T_1 = 0,2\pi\,s}$ (συνεπώς $\omega_1 = 10$ rad/s)

Η κρούση είναι πλαστική αφού βλέπουμε αλλαγή της περιόδου (άρα έχουμε αλλαγή μάζας) με

$\frac{T_2}{2} = 0,2\pi\,\text{s} \Rightarrow \mathbf{T_2 = 0,4\pi\,s}$ (οπότε $\omega_2 = 5$ rad/s) και πλάτος $\mathbf{A_2 = 0,2\ m}$.

Η ορμή του $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση είναι (η κρούση γίνεται στην Θ.Ι. όπως προκύπτει από το διά-γραμμα): $p_1 = m_1\upsilon_1 = m_1\omega_1 A_1 \Rightarrow \mathbf{p_1 = 1\ kg{\cdot}m/s}$.

β. Μετά την κρούση το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος είναι ίσο με:

$p_{συσ.} = (m_1 + m_2)V = (m_1 + m_2)\omega_2 A_2$ (1)

Ισχύει όμως $k=(m_1+m_2)\omega_2^2 \Rightarrow m_2=\frac{k}{\omega_2^2}-m_1 \Rightarrow$ **m_2 = 3 kg**.

Άρα από την (1) έχουμε: **$p_{συσ.}$ = 4 kg·m/s**.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση και παίρνουμε θετική τη φορά προς τα δεξιά (τη θετική φορά της ταλάντωσης δηλαδή).

$\vec{p}_{αρχ}=\vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_{συσ} \Rightarrow p_1-p_2=-p_{συσ} \Rightarrow p_2=p_1+p_{συσ} \Rightarrow$ **p_2 = 5 kg·m/s**. (με υ_2 = 5/3 m/s)

Αλλά $p_2'=m_2V=m_2\omega_2A_2 \Rightarrow p_2'=3\,kg\cdot m/s$

Έτσι: $\Delta\vec{p}_2=\vec{p}_2'-\vec{p}_2 \Rightarrow \Delta p_2=-p_2'-(-p_2) \Rightarrow \mathbf{\Delta p_2=2\,kg\cdot m/s}$

Δηλαδή η μεταβολή της ορμής του Σ_2 έχει μέτρο 2 kg·m/s και κατεύθυνση προς τα θετικά (αντίθετα με την αρχική κατεύθυνση της κίνησης του Σ_2).

γ. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας δίνεται από την σχέση

$$E_{απ}=K_1+K_2-K_{συσ}=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \Rightarrow \mathbf{E_{απ}=\frac{8}{3}J}.$$

δ. Η δύναμη $\vec{F}$ δίνει στο Σ_2, επιτάχυνση μέτρου $\alpha=\frac{F}{m_2} \Rightarrow \alpha=\frac{50}{3\pi}\frac{m}{s^2}$ και ασκείται (η δύναμη), για χρονικό διάστημα $\upsilon_2=\alpha\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2=\frac{\pi}{10}s$.

Η χρονική διάρκεια κίνησης του Σ_2 μέχρι να γίνει η κρούση είναι **Δt_1 = 0,15π s**

Άρα η απόσταση που διανύει το Σ_2 μέχρι να γίνει η κρούσει με το Σ_1 είναι:

$$d=\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t_2^2+\upsilon_2(\Delta t_1-\Delta t_2) \Rightarrow \mathbf{d=0{,}52\,m}.$$

Η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι s = d – A_1 ⇒ **s = 0,42 m**.