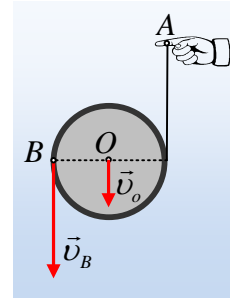


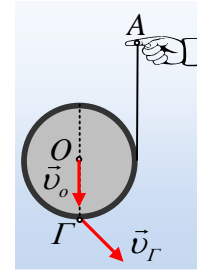
Παίζοντας με ένα γιο-γιο, μετράμε ταχύτητες.

Γύρω από ένα μικρό ομογενή κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα μακρύ νήμα. Δένουμε το άκρο A του νήματος στο δάκτυλό μας, το οποίο κινούμε κατακόρυφα, έχοντας αφήσει ελεύθερο τον κύλινδρο. Έτσι επιτυγχάνουμε ο κύλινδρος να κινείται κατακόρυφα, με τον άξονά του O οριζόντιο (έχουμε δημιουργήσει ένα μικρό γιο-γιο...).



i) Κάποια στιγμή ο άξονας κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα v_o , ενώ το σημείο B, στο άκρο μιας οριζόντιας διαμέτρου, έχει κατακόρυφη ταχύτητα $v_B=3v_o$. Τη στιγμή αυτή το άκρο A του νήματος:

- α) κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $v_A=v_o$.
- β) παραμένει ακίνητο.
- γ) κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_A=v_o$.



ii) Επαναλαμβάνουμε το παιχνίδι και κάποια στιγμή ο άξονας έχει ταχύτητα v_o , ενώ το σημείο Γ, στο άκρο μιας κατακόρυφης διαμέτρου έχει ταχύτητα μέτρου $v_\Gamma=1,2v_o$, όπως στο δεύτερο σχήμα. Τη στιγμή αυτή το άκρο A του νήματος:

- α) κινείται προς τα κάτω.
- β) παραμένει ακίνητο.
- γ) κινείται προς τα πάνω

Απάντηση:

i) Θεωρούμε την κίνηση του κυλίνδρου ως σύνθετη. Μια μεταφορική με ταχύτητα $v_{cm}=v_o$ και μια στροφική με γωνιακή ταχύτητα ω , όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε το σημείο B έχει ταχύτητα:

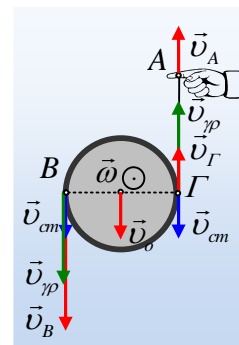
$$v_B=v_{cm}+v_{\gamma\beta}=v_{cm}+\omega R, \rightarrow 3v_o=v_o+\omega R \rightarrow v_{\gamma\beta}=\omega R=2v_o.$$

Αλλά τότε το αντιδιαμετρικό του σημείο Γ, έχει ταχύτητα:

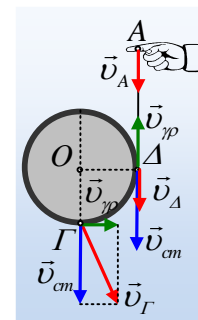
$$v_\Gamma=v_{\gamma\beta}-v_{cm}=2v_o-v_o=v_o$$

με φορά προς τα πάνω.

Αλλά το σημείο Γ, σημείο του κυλίνδρου, έχει την ίδια ταχύτητα με ένα αντίστοιχο σημείο Γ' του κατακόρυφου τμήματος του νήματος, με το οποίο έρχεται σε επαφή. Όμως όλα τα σημεία του τμήματος αυτού έχουν την ίδια ταχύτητα, οπότε και $v_A=v_o$, με φορά προς τα πάνω.



ii) Με την ίδια, όπως παραπάνω συλλογιστική για τη σύνθετη κίνηση του κυλίνδρου, η ταχύτητα του σημείου Γ, το διανυσματικό άθροισμα της \vec{v}_{cm} και της $\vec{v}_{\gamma\beta}$ έχει μέτρο:



$$v_{\Gamma}^2 = v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}^2 \rightarrow$$

$$v_{\gamma\rho} = \sqrt{v_{\Gamma}^2 - v_{cm}^2} = \sqrt{1,2^2 v_o^2 - v_o^2} = v_o \sqrt{0,44} < v_o$$

Αλλά τότε ερχόμενοι στο σημείο Δ, στο άκρο της οριζόντιας ακτίνας, που καταλήγει το κατακόρυφο τμήμα του νήματος, έχουμε:

$$v_{\Delta} = v_{cm} - v_{\gamma\rho} = v_o - v_o \sqrt{0,44} \approx 0,34v_o$$

Με φορά προς τα κάτω.

Αλλά τότε την ίδια ταχύτητα έχει και το άκρο Α και σωστό είναι το α) ενδεχόμενο.

dmargaris@gmail.com