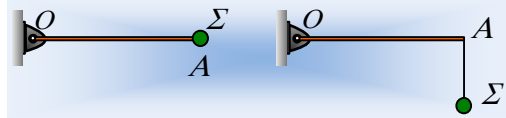


### Το υλικό σημείο και η δοκός

Μια ομογενής δοκός μάζας  $m$  και μήκους  $l$  μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της  $O$ . Στο άλλο άκρο της  $A$  προσδένεται ένα σώμα  $\Sigma$  της ίδιας μάζας  $m$ , το οποίο θεωρείται υλικό σημείο. Το στερεό που δημιουργείται φέρεται σε θέση, που η ράβδος είναι οριζόντια και αφήνεται να κινηθεί.



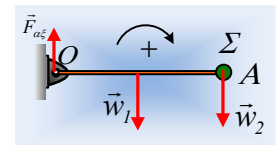
- i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma$  έχει μέτρο μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από  $g$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας;
- ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το σώμα  $\Sigma$  κρέμεται μέσω νήματος μήκους  $l/2$  από το άκρο  $A$  της δοκού. Η αντίστοιχη αρχική επιτάχυνση του  $\Sigma$  θα είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη από  $g$ ;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I = ml^2/3$ .

#### Απάντηση:

- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό μας είναι αυτές του διπλανού σχήματος, οπότε εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική του κίνηση, γύρω από τον άξονα στο άκρο  $O$  παίρνουμε:



$$\Sigma \tau = I_o \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \ell = \left( \frac{1}{3} m \ell^2 + m \ell^2 \right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

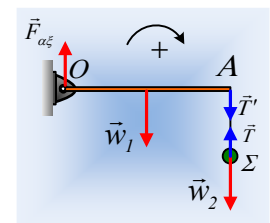
$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\frac{3mgl}{2}}{\frac{4}{3}m\ell^2} = \frac{9g}{8\ell}$$

Συνεπώς το υλικό σημείο  $\Sigma$  εκτελεί κυκλική κίνηση με επιτάχυνση (επιτρόχια), κατακόρυφη μέτρου:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \ell = \frac{9g}{8\ell} \cdot \ell = \frac{9}{8}g$$

Η επιτάχυνση δηλαδή του υλικού σημείου  $\Sigma$  είναι μεγαλύτερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας.

- ii) Τώρα πια δεν έχουμε ένα στερεό. Έχουμε ένα **σύστημα** σωμάτων, που αποτελείται από μια ράβδο και ένα υλικό σημείο, ενώ οι ασκούμενες δυνάμεις έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα. Το ερώτημα είναι το νήμα θα μείνει τεντωμένο ή όχι; Αν είναι τεντωμένο τότε το άκρο  $A$  της ράβδου και το υλικό σημείο  $\Sigma$  κινούνται με την ίδια επιτάχυνση, επιτάχυνση και κάθε σημείου του νήματος. Έστω ότι συμβαίνει αυτό. Παίρνοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο για κάθε σώμα έχουμε:



$$\text{Ράβδος: } \Sigma \tau_o = I_o \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} \rightarrow w_l \frac{\ell}{2} + T' \cdot \ell = \left( \frac{1}{3} m \ell^2 \right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} \rightarrow$$

$$mg \frac{1}{2} + T' = \frac{1}{3} m \ell \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} \quad (1)$$

$$\text{Σώμα } \Sigma: \Sigma F = m \cdot \alpha_{\Sigma} \rightarrow mg - T = m \cdot \alpha_{\Sigma} \quad (2)$$

Αλλά  $T = T'$  ενώ  $\ell \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \alpha_{\Sigma}$  και με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{3}{2} mg = \frac{4}{3} m \cdot \alpha_{\Sigma} \rightarrow \alpha_{\Sigma} = \frac{9}{8} g \quad (3)$$

Επιστρέφουμε στην (2) παίρνοντας:

$$T = mg - m \alpha_{\Sigma} = -\frac{1}{8} mg$$

Αλλά αρνητική τιμή τάσης, σημαίνει ότι η τάση έχει αντίθετη φορά από αυτή που έχουμε σχεδιάσει. Αυτό όμως σημαίνει ότι το νήμα «σπρώχνει» το σώμα  $\Sigma$ , πράγμα άτοπο!

Κατά συνέπεια τα δυο σώματα δεν κινούνται μαζί, οπότε το  $\Sigma$  δέχεται μόνο το βάρος αποκτώντας επιτάχυνση  $g$ .

### Σχόλιο:

Η σχέση (3) που παραπάνω βρήκαμε για την επιτάχυνση του  $\Sigma$  στο άκρο νήματος, είναι ίδια με την επιτάχυνση του  $\Sigma$ , όταν έχει προσδεθεί στη ράβδο. Αυτό σημαίνει ότι αν πρόκειται να κινηθούν μαζί ράβδος και  $\Sigma$ , δεν έχει καμιά σημασία το μήκος του νήματος. Η κατάσταση είναι ίδια ωσάν το σώμα να έχει προσδεθεί στο άκρο A της ράβδου.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)